



UNIVERSIDADE
DE VIGO

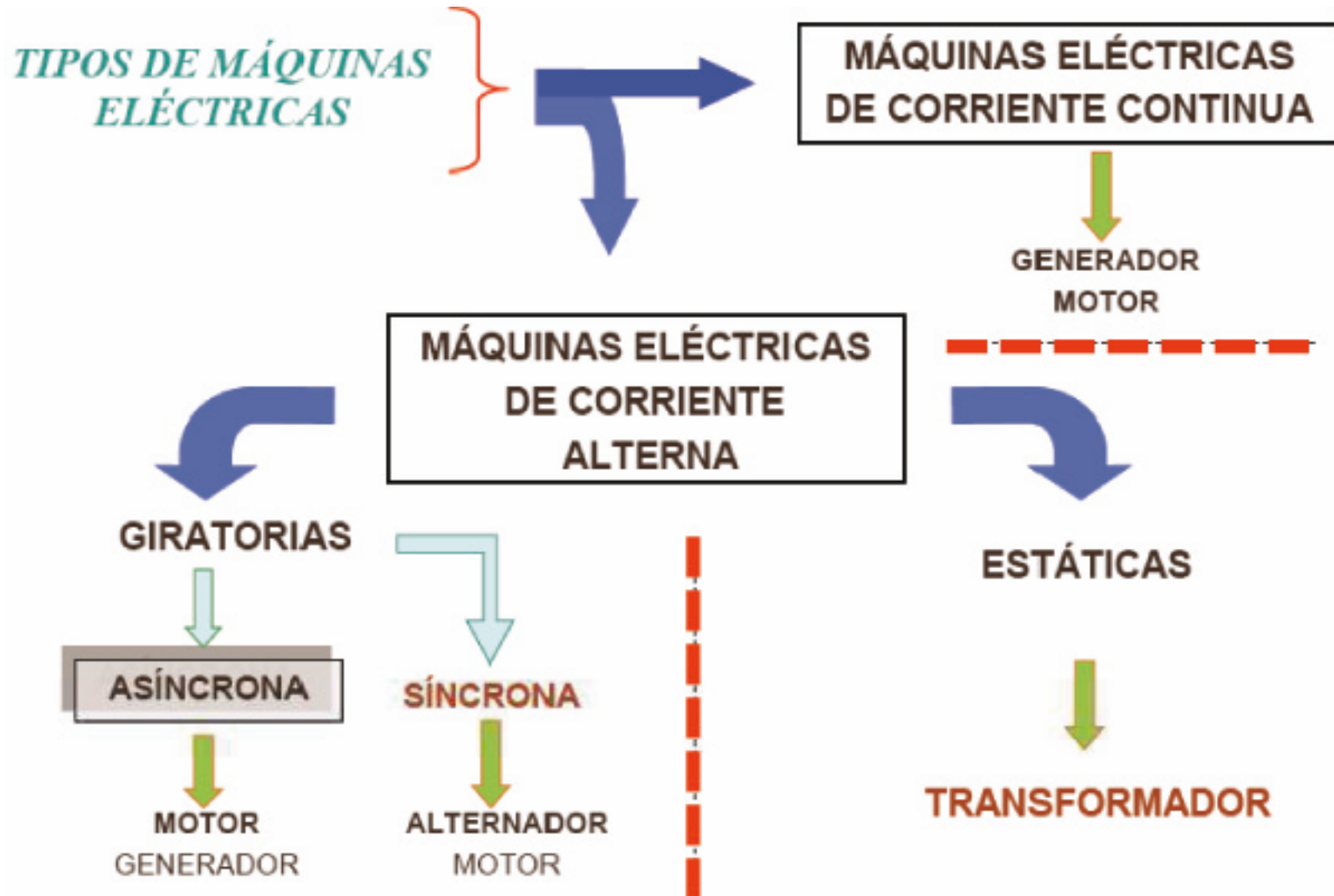
TRANSFORMADORES DE POTENCIA

Manuel Pérez Donsión

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Universidad de Vigo

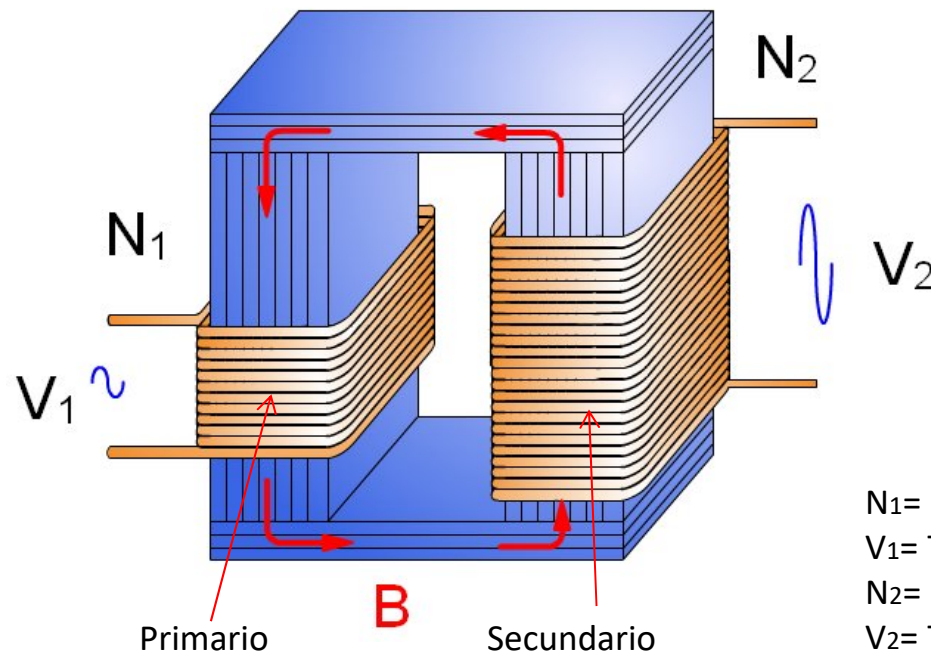
TIPOS DE MAQUINAS ELECTRICAS



TRANSFORMADORES. Introducción



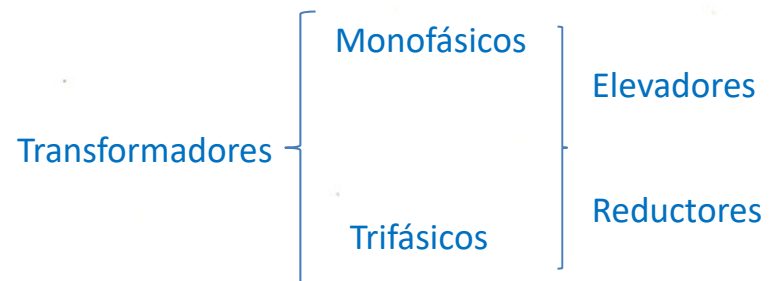
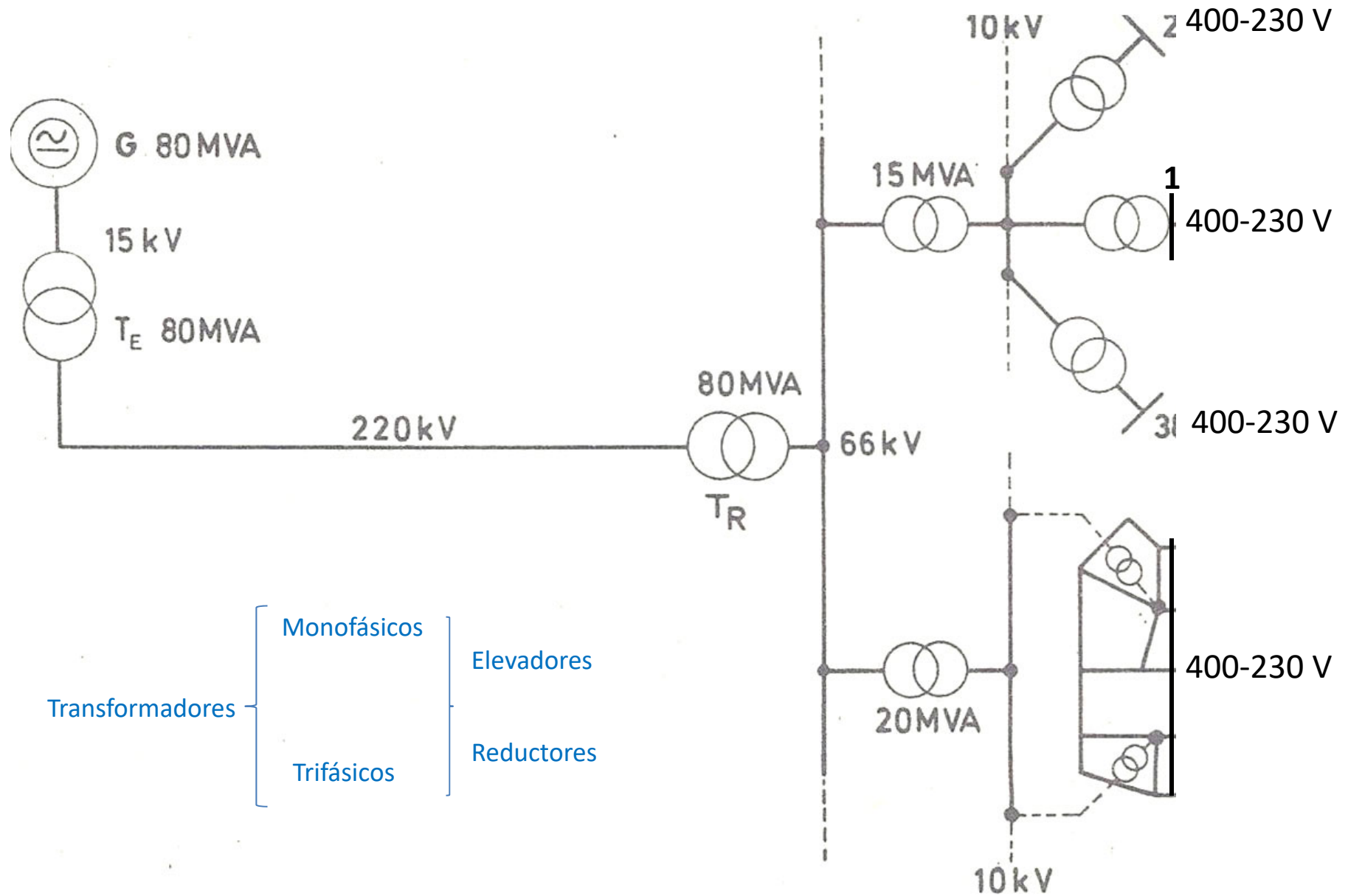
Los transformadores de potencia son máquinas estáticas de corriente alterna (ca) que transforman energía eléctrica de ca de unas características de tensión (V_1) y corriente (I_1) en energía eléctrica de ca con otras características de tensión (V_2) y corriente (I_2) diferente.



Los transformadores disponen de dos devanados por fase. El devanado inductor recibe el nombre de **primario** y el devanado inducido se llama **secundario**. Ambos devanados están arrollados sobre un **núcleo magnético laminado** sin entrehierros construido a base de apilar chapas magnéticas.

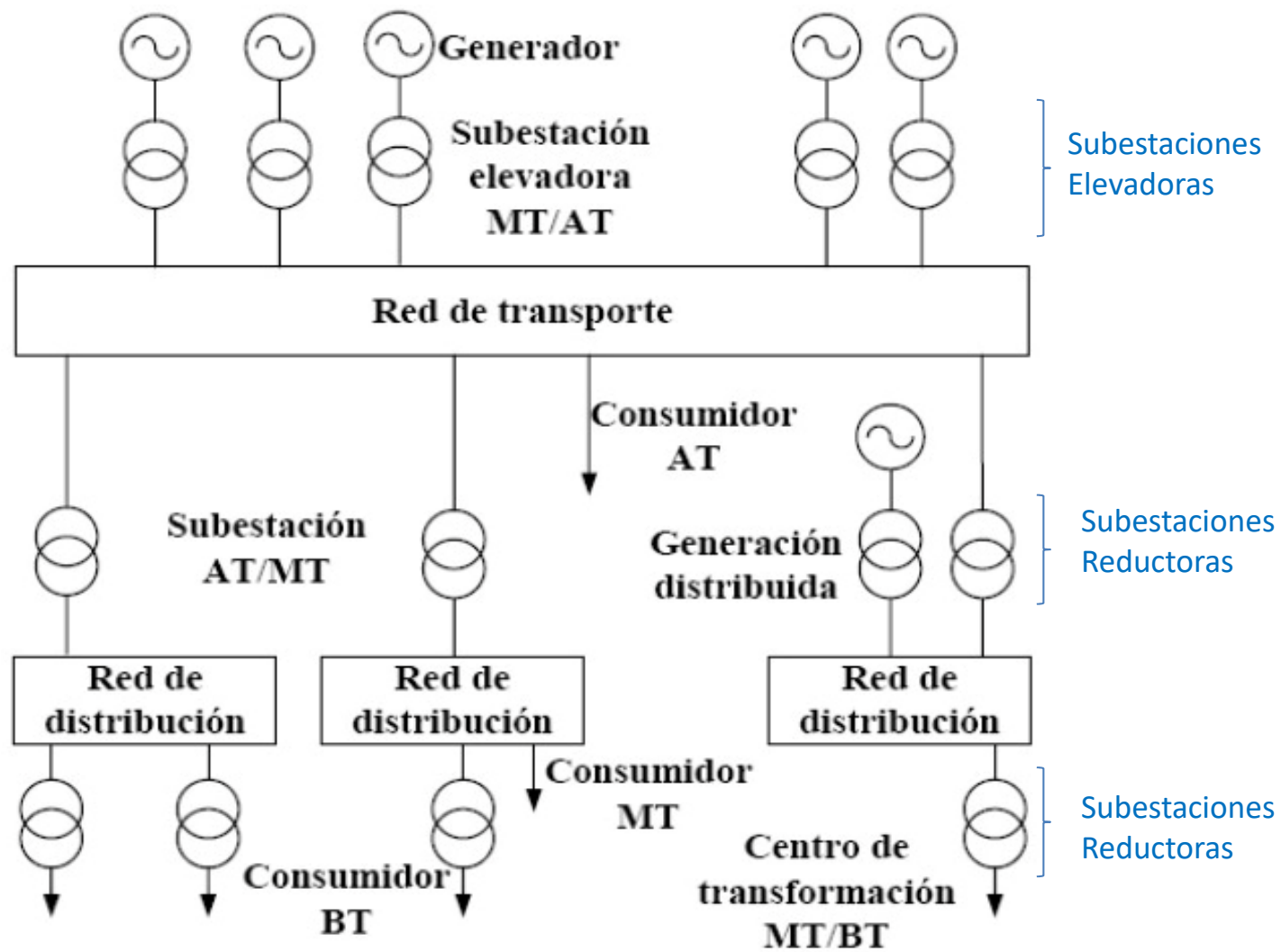
N_1 = Número de espiras del primario
 V_1 = Tensión del primario
 N_2 = Número de espiras del secundario
 V_2 = Tensión del secundario

TRANSFORMADORES



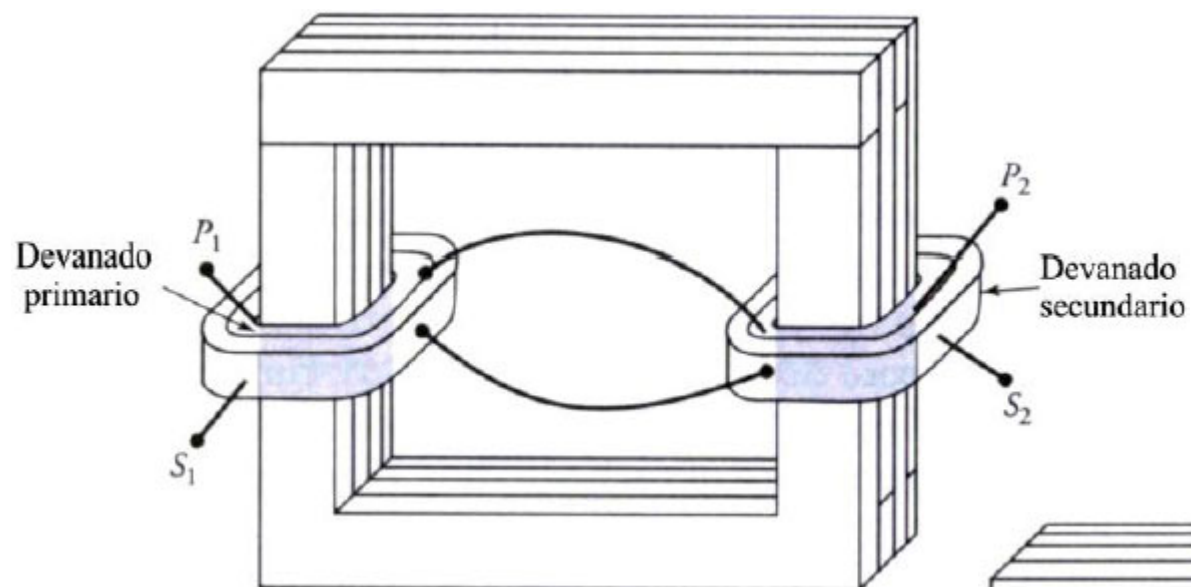
Sistema Eléctrico

TRANSFORMADORES



Sistema Eléctrico

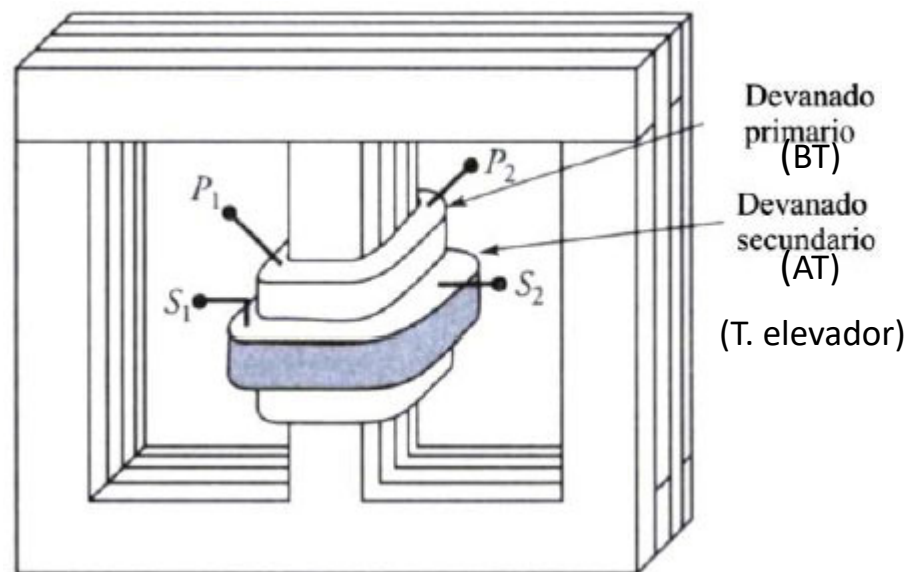
TRANSFORMADORES



Transformador de columnas

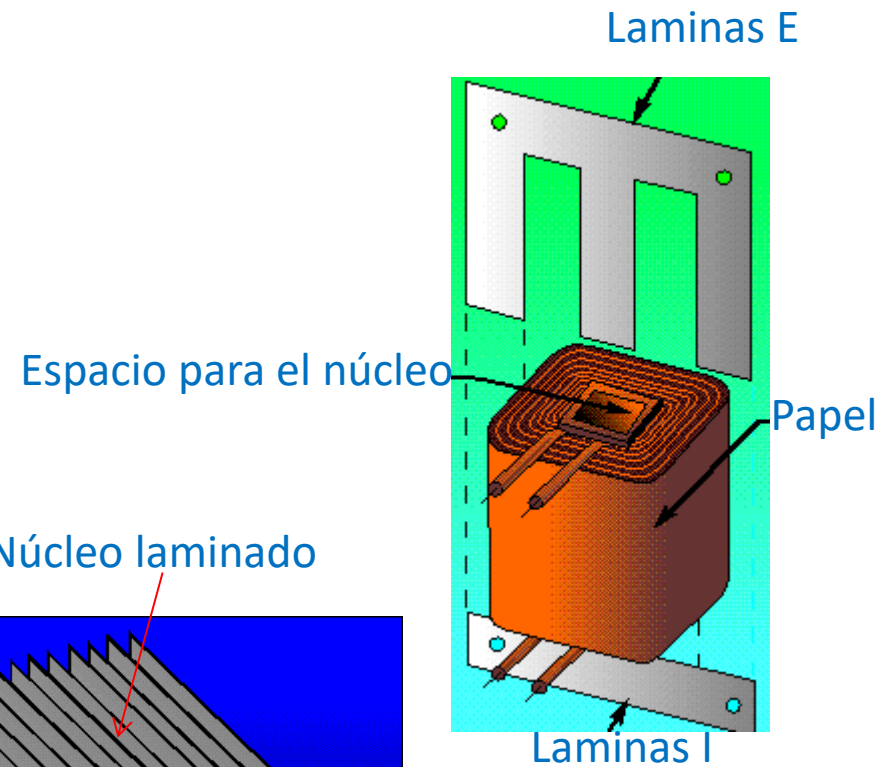
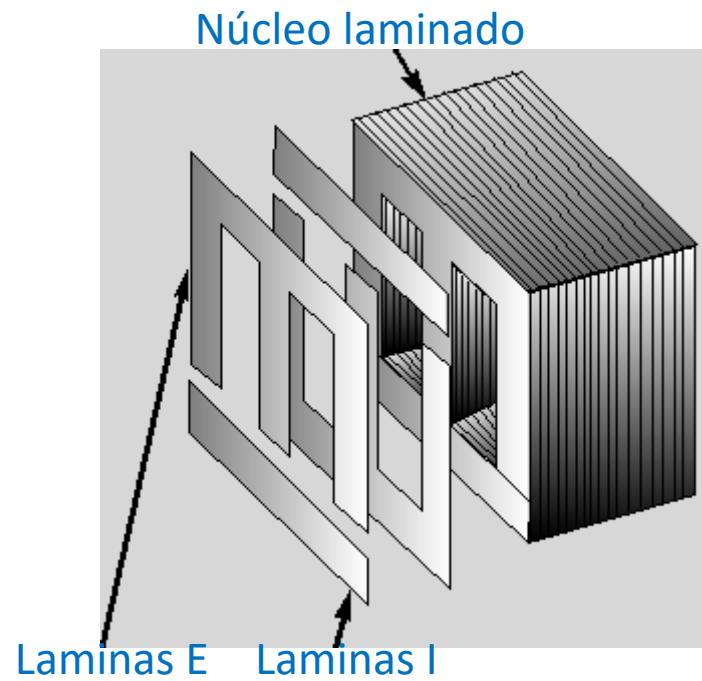


Chapas magnéticas (núcleos)



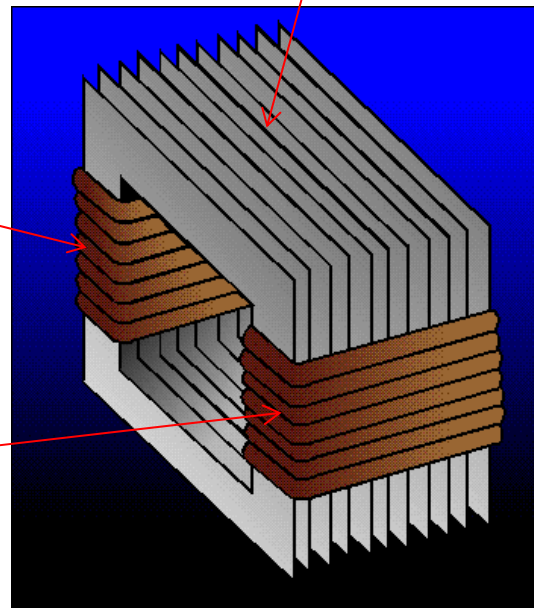
Transformador acorazado

TRANSFORMADORES

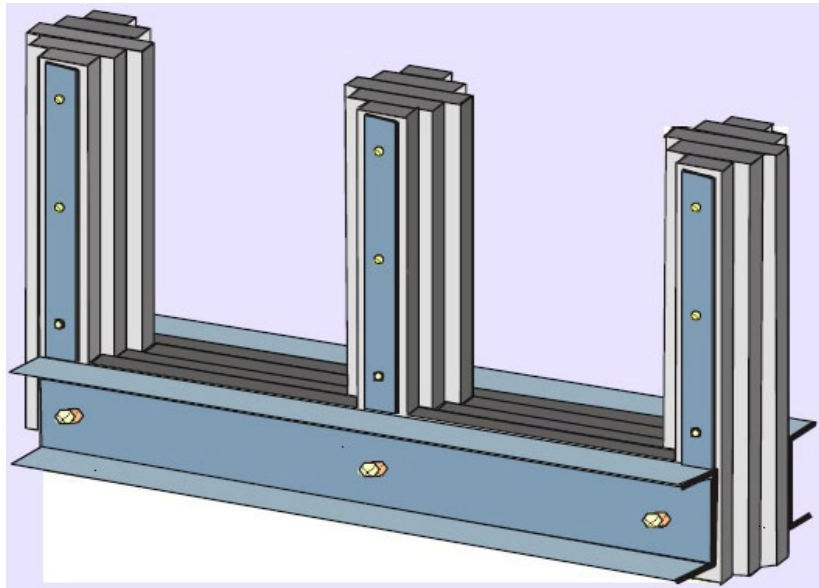


Devanado
primario

Devanado
secundario



TRANSFORMADORES



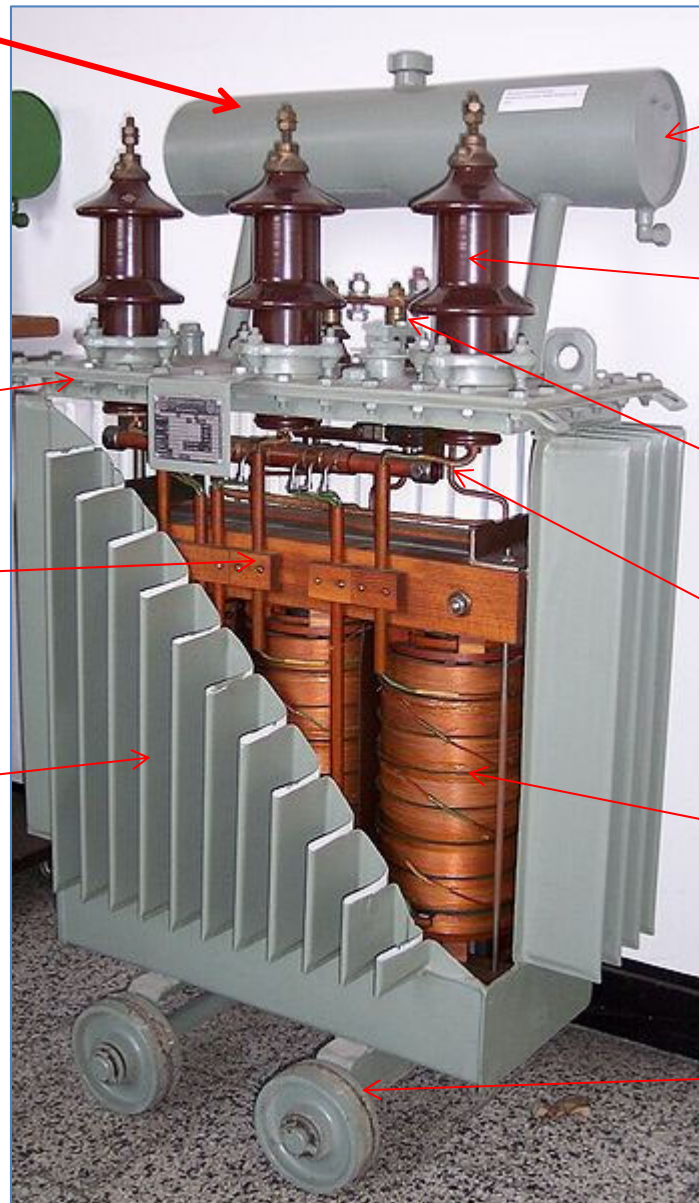
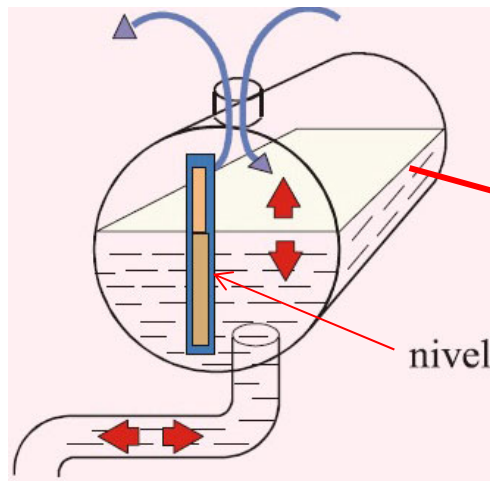
Chapas magnéticas configurando los núcleos E de un transformador trifásico



Arrollamientos (devanados)



TRANSFORMADORES



Depósito de expansión
para conservar el aceite

Pasatapas de alta tensión

Pasatapas de baja tensión

Conexiones

Devanados

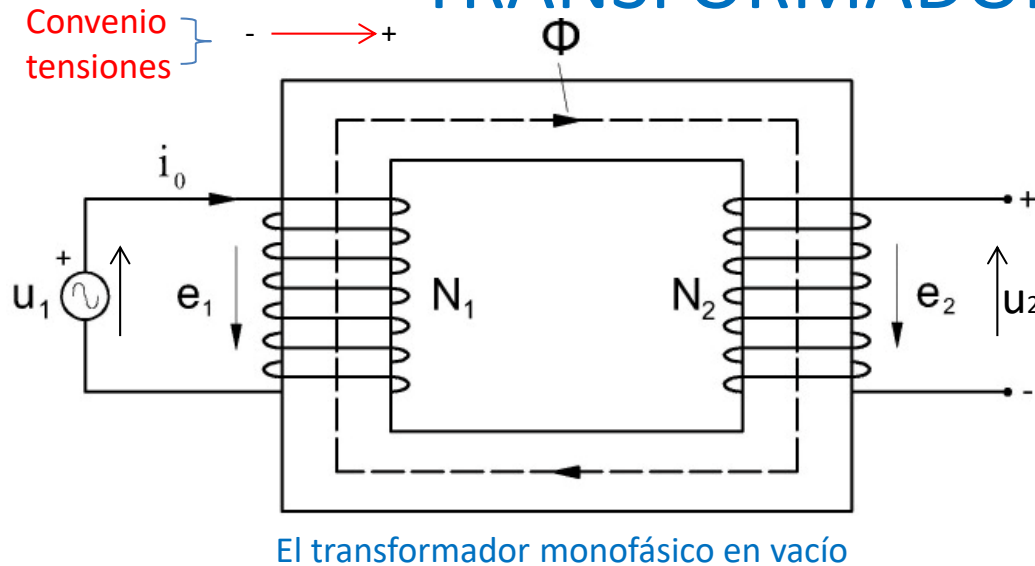
Bastidor con ruedas
de transporte

Tapa

Bridas o piezas de apriete

Cuba de aceite con aletas
tipo radiador para facilitar
la evacuación del calor

TRANSFORMADOR IDEAL EN VACÍO



a) Hipótesis transformador ideal

1. Reluctancia del circuito magnético nula
2. Resistencias de los devanados primario y secundario nulas
3. Las pérdidas en el hierro por histéresis y corrientes de Foucault son nulas
4. El flujo de dispersión es nulo

Se parte de que la tensión aplicada es conocida, y se expresa por:

$$u_1 = \sqrt{2}U_{1N} \sin \omega t$$

Aplicando la 2ª Ley de Kirchhoff a la malla del primario:

$$\sum U = 0$$

$$u_1 + e_1 = 0$$

Y despreciando las caídas de tensión por resistencia en el primario (se supone $R_1=0$):

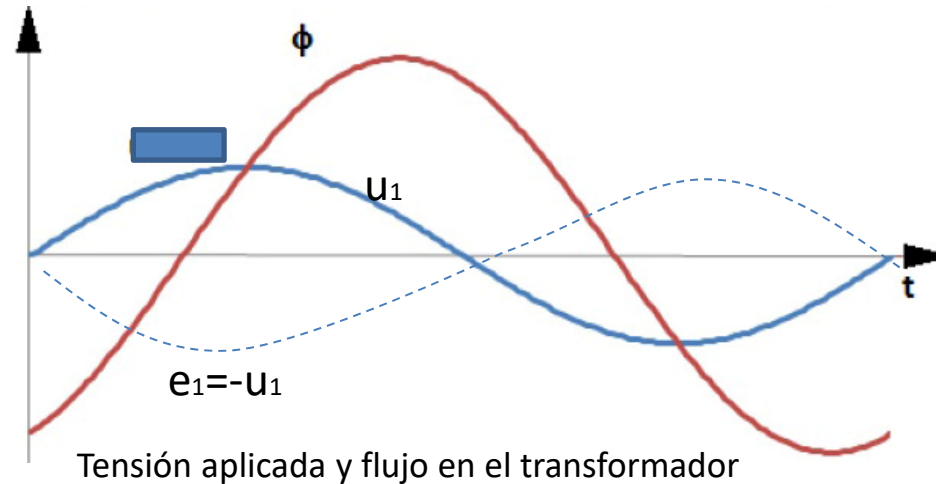
$$u_1 = -e_1 \Rightarrow e_1 = -\sqrt{2}U_{1N} \sin \omega t \Rightarrow u_1 = -e_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (*)$$

(*) Algunos autores consideran: $u_1 = e_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$ Lo cual es solo una cuestión de signo (Ley de Lenz).

TRANSFORMADOR IDEAL EN VACÍO

$$u_1 = -e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow \phi = \int -\frac{1}{N_1} e_1 dt = \int \frac{1}{N_1} \sqrt{2} U_{1N} \sin \omega t dt = \frac{-\sqrt{2}}{\omega N_1} U_{1N} \cos \omega t$$

Con lo que el flujo es una senoide desfasada 90° de la tensión como se muestra en la figura.



Se puede relacionar el valor máximo del flujo con el valor eficaz de la tensión aplicada:

$$\phi_m = \frac{\sqrt{2} U_{1N}}{N_1 2\pi f} \Rightarrow U_{1N} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \phi_m \Rightarrow U_{1N} = 4,44 f N_1 \phi_m$$

CONCLUSIÓN: Sin saber todavía cuanta corriente absorbe la máquina ya conocemos cuanto flujo hay, aún cuando de acuerdo con la ley de Ampere el flujo es creado por las corrientes.

En las N_1 espiras del primario se origina, por autoinducción, una f.c.e.m e_1 , donde el valor eficaz de e_1 , (E_1), viene dado por:

$$E_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e_1^2 dt} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega N_1 \phi_m \approx 4,44 f N_1 \phi_m = 4,44 N_1 f s B_m$$

TRANSFORMADOR IDEAL EN VACÍO

Para obtener la f.e.m. en el secundario aplicamos la **Ley de Faraday**:

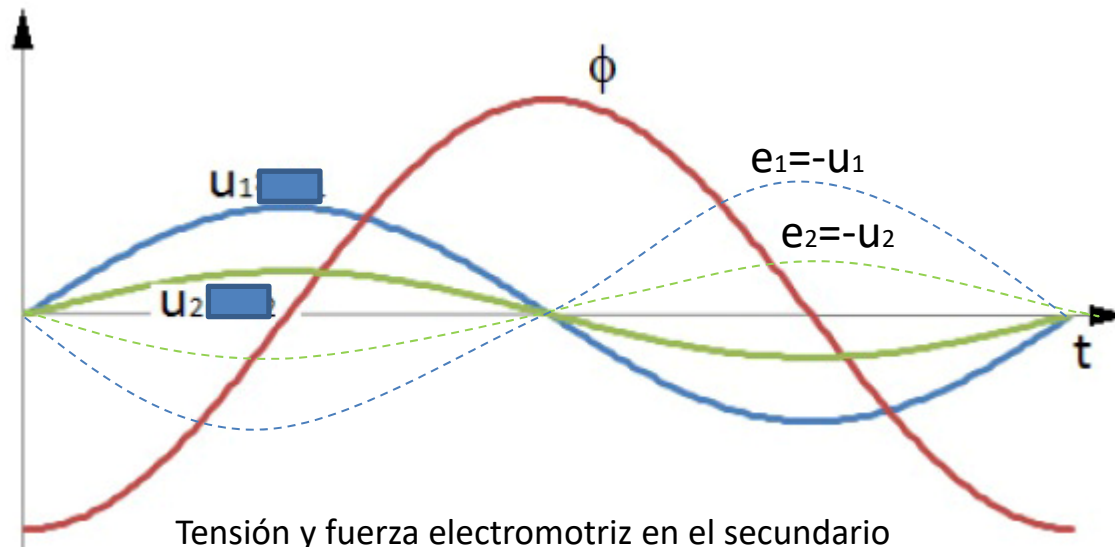
$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Aplicando la 2ª Ley de Kirchhoff a la malla del secundario:

$$\sum U = 0 \implies e_2 = -u_2$$

El valor eficaz, es:

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega N_2 \Phi_m \approx 4,44 f N_2 \Phi_m$$

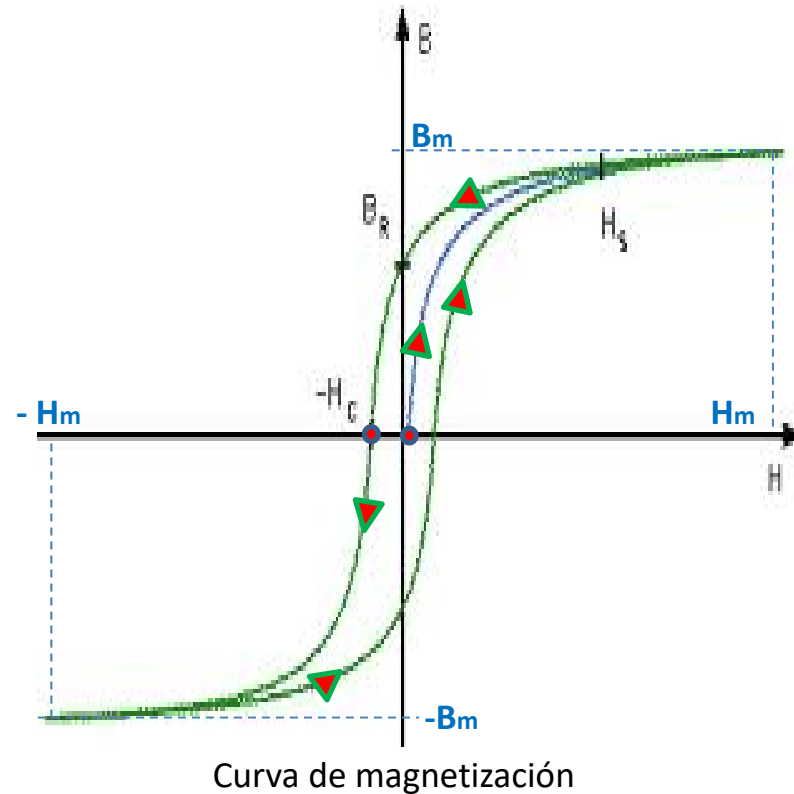


Como se puede ver en la figura, las tensiones en bornas del primario (u_1) y del secundario (u_2) son dos sinusoides en fase, de la misma frecuencia, pero con distinto valor eficaz. Esta es la misión básica del transformador proporcionar en su secundario una tensión proporcional a la del primario. El cociente entre la f.e.m. primaria y secundaria se denomina relación de transformación:

$$r_t = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

TRANSFORMADOR EN VACÍO

¿Cuánta intensidad consume el transformador?  La necesaria para crear el flujo



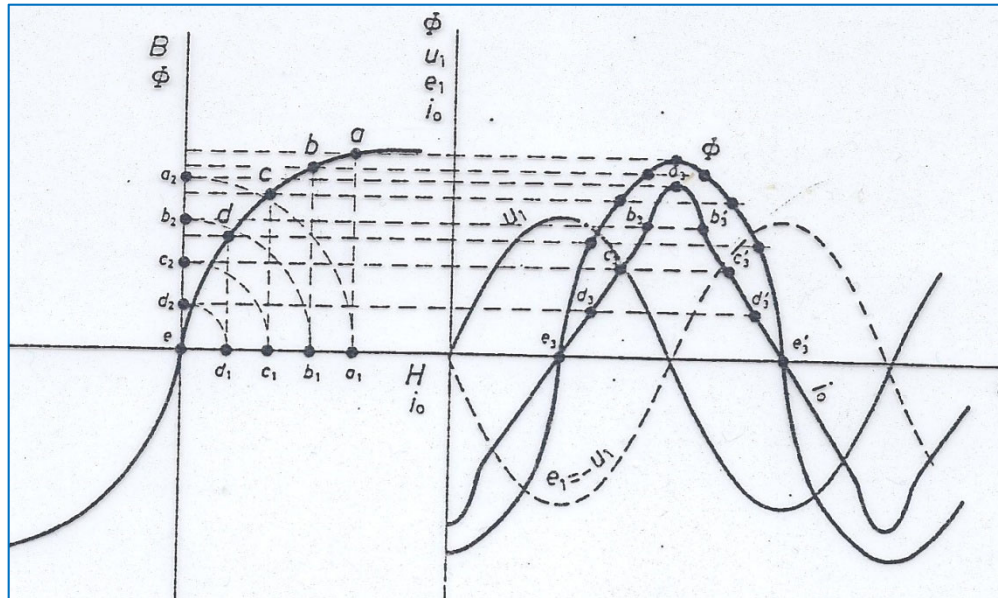
La curva de magnetización de la chapa magnética (curva B-H) indica cuánta intensidad de campo magnético se precisa para crear la inducción. Esta curva, a otra escala, relacionaría el flujo con la intensidad necesaria para crearlo, ya que la inducción es proporcional al flujo y la intensidad del campo magnético es proporcional a la intensidad de corriente.

$$B = \frac{\phi}{S_{Fe}}$$

$$H = \frac{N_1 i_0}{l_{Fe}}$$

Por lo tanto, para obtener la corriente de vacío, veremos cuanto flujo existe para cada instante de tiempo y utilizaremos la curva de magnetización para obtener la corriente precisa para crear ese flujo.

TRANSFORMADOR IDEAL EN VACÍO



Corriente de vacío de un transformador ideal

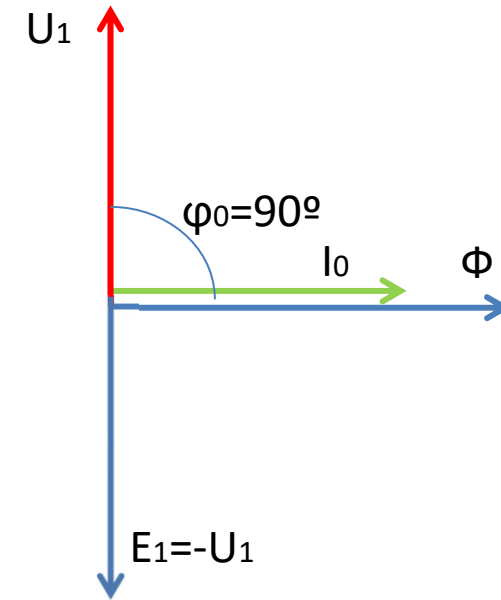
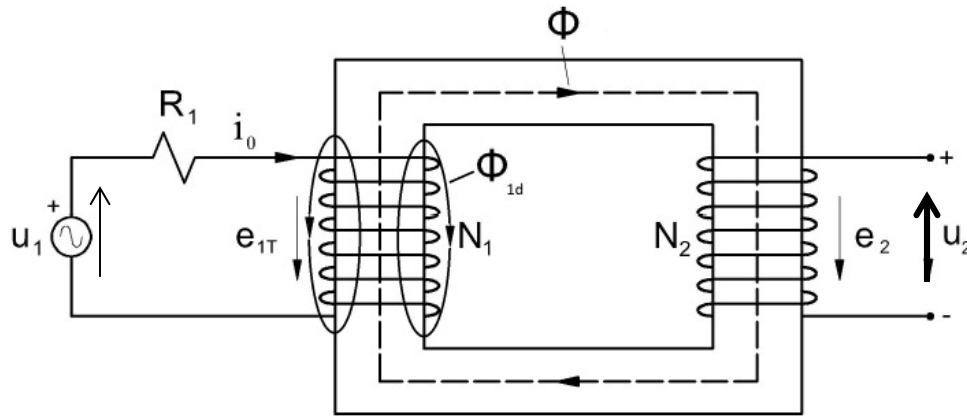


Diagrama vectorial

Como se puede ver en la figura, debido a que la curva de magnetización es no lineal, la intensidad de vacío es una corriente no sinusoidal. En el caso de transformador ideal, los valores nulos de corriente y de flujo coinciden y los máximos de flujo y corriente se alcanzan en los mismos instantes de tiempo.

TRANSFORMADOR REAL EN VACÍO



El transformador real en vacío

a) Hipótesis transformador real

1. Reluctancia del circuito magnético no nula
2. Resistencias de los devanados primario y secundario no nulas
3. Las pérdidas en el hierro por histéresis y corrientes de Foucault no son nulas
4. El flujo de dispersión es no nulo

El arrollamiento de un transformador real si que tiene resistencia y, además, el flujo que concatena al primario no es el mismo que el que concatena al secundario, ya que aparece un flujo disperso.

Las ecuaciones que rigen para este caso son:

$$u_1 = R_1 i_0 - e_{1T} \quad u_2 = -e_2 \quad e_{1T} = -N_1 \frac{d\Phi_{1T}}{dt} \quad \Phi_{1T} = \Phi_{1d} + \Phi \quad e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Se pueden obtener dos ecuaciones más relacionando el flujo con la corriente necesaria para crearlo. La relación entre el flujo disperso y la intensidad que lo crea, se puede escribir como:

$$\Phi_{1d} = \frac{N_1 i_0}{\mathcal{R}_{disp}}$$

La reluctancia que se ofrece al paso del flujo disperso es prácticamente constante y, por tanto, el flujo disperso es proporcional a la intensidad que lo crea. En estas circunstancias se puede definir una inductancia de dispersión **L1d**

TRANSFORMADOR REAL EN VACÍO

La inductancia de dispersión L_{1d} , se puede definir por:

$$L_{1d} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{disp}} = \frac{N_1 \Phi_{1d}}{i_0}$$

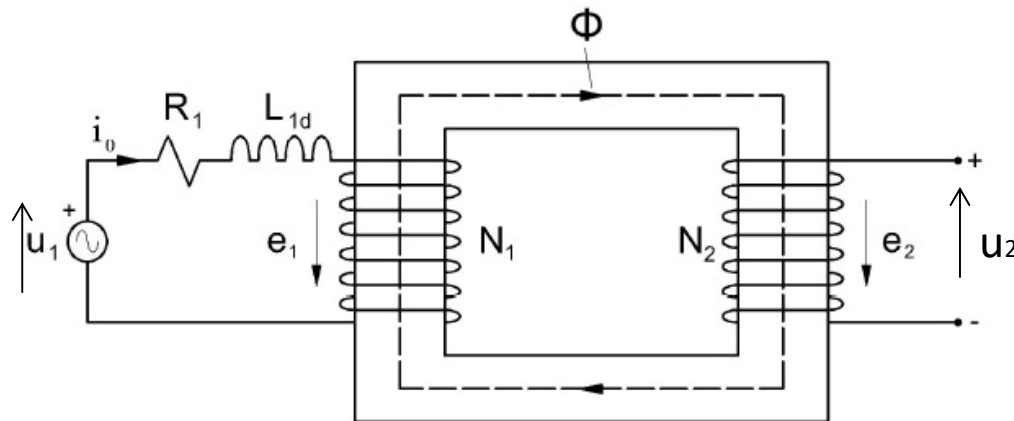
De esta forma, se puede separar el efecto del flujo común y del flujo disperso

$$u_1 = R_1 i_0 + L_{1d} \frac{di_0}{dt} - e_1$$

Donde:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

Con estas ecuaciones, se puede establecer el modelo para el transformador en vacío que se muestra en la siguiente figura.

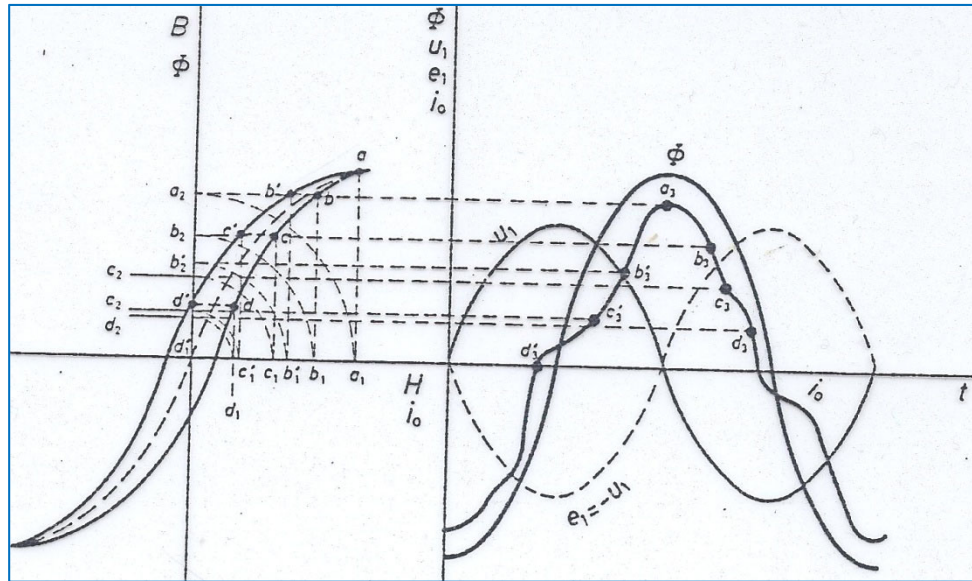


$$\mathcal{R}_{disp} = \mathcal{R}_{Fe} + \mathcal{R}_{aire}$$

Modelo para el transformador monofásico en vacío

El circuito que recorre el flujo disperso está compuesto por hierro en parte de su recorrido y por el aire (aceite) en otra parte. En un circuito magnético serie la reluctancia es la suma de las reluctancias. La reluctancia del hierro es mucho menor que la del aire, por lo que puede despreciarse frente a esta.

TRANSFORMADOR REAL EN VACIO



Corriente de vacío de un transformador real

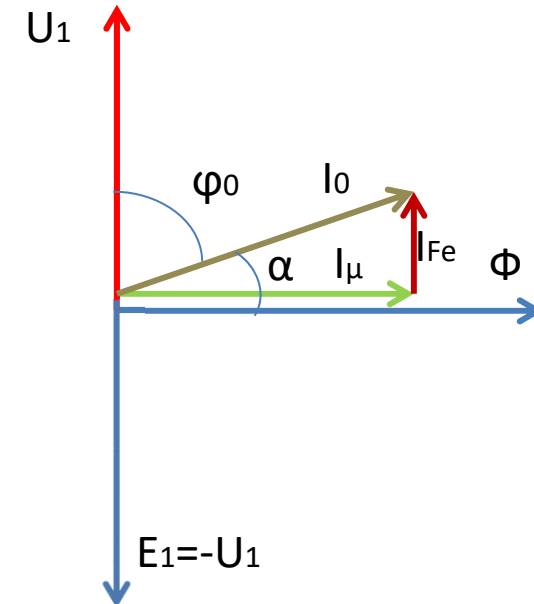
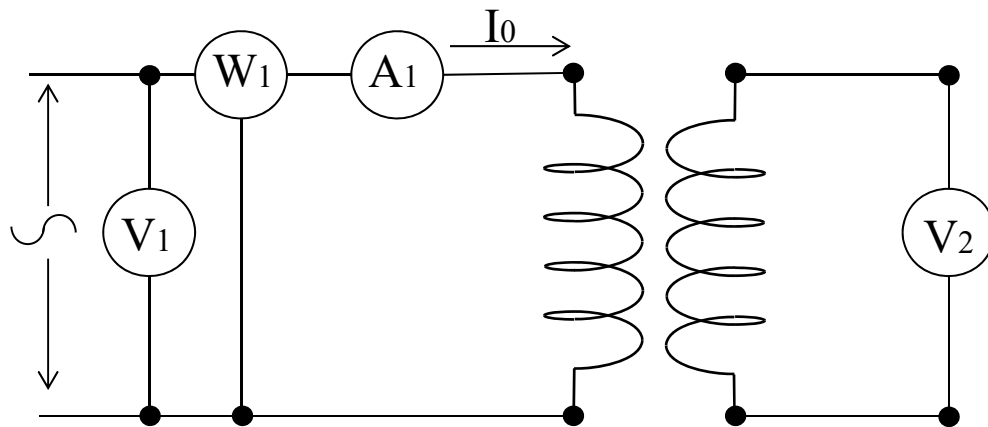


Diagrama vectorial

Como se puede ver en la figura, debido a que la curva de magnetización es no lineal, la intensidad de vacío es una corriente no sinusoidal. Los valores nulos de corriente y flujo en el caso real no coinciden a causa del flujo remanente debido a la histéresis. Sin embargo, los máximos de flujo y corriente se alcanzan en los mismos instantes de tiempo.

La corriente de vacío de los transformadores actuales es muy reducida (alrededor del 5% de la corriente nominal), por lo que en un transformador en carga es frecuente despreciar esta corriente. Cuando sea preciso considerarla, para facilitar los cálculos se suele aproximar a una senoide que tenga el mismo valor eficaz que la corriente de vacío real y que presente un desfase respecto de la onda de tensión tal que justifique las pérdidas en el hierro.

TRANSFORMADOR REAL EN VACÍO



Esquema del transformador con los aparatos de medida para realizar el ensayo de vacío

Ensayo de vacío.

La potencia absorbida por el transformador trabajando en vacío es aproximadamente igual a las pérdidas en el hierro (las nominales si se aplica la tensión nominal en el primario) y se desprecian las pequeñas pérdidas que puede haber en el cobre.

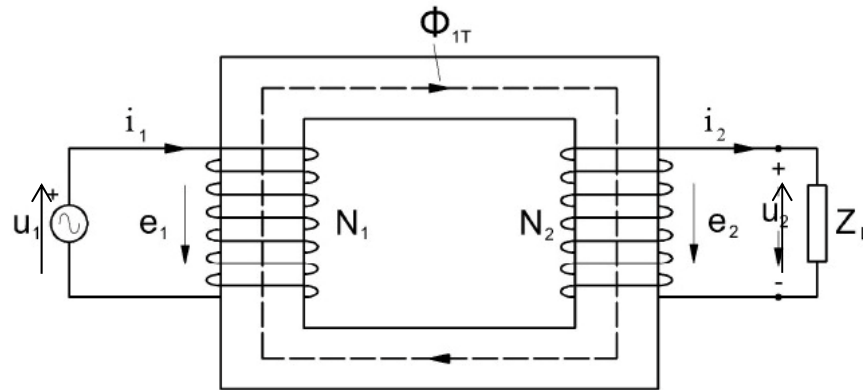
La potencia P que absorbe el transformador en vacío la indica el vatímetro W_1 . La lectura del amperímetro A_1 proporciona la corriente I_0 absorbida desde el primario y los voltímetros V_1 y V_2 indican, respectivamente, la tensión U_1 a la que hemos conectado el transformador, que debe ser la U_{1n} , y la tensión U_{20} de circuito abierto en el secundario.

Al realizar el ensayo de vacío, la intensidad que circula por el primario se cierra por la admitancia de vacío. De esta forma queda determinada la admitancia de vacío.

Así pues, los principales datos a determinar en el ensayo son:

- Las pérdidas en el hierro P_{Fe} .
- La corriente de vacío I_0 .
- La relación de transformación r_t

TRANSFORMADOR IDEAL EN CARGA



El transformador ideal en carga

Para analizar de forma simplificada el funcionamiento en carga de un transformador, se admitirá, de forma similar a como se hizo al analizar el transformador ideal en vacío, que los arrollamientos carecen de resistencia y que el flujo que concatena al secundario es idéntico al que concatena al primario.

2ª Ley de Kirchhoff aplicada al primario $\Rightarrow u_1 = -e_1$

Ley de Faraday aplicada al primario $\Rightarrow e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$

Ley de Faraday aplicada al secundario $\Rightarrow e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$

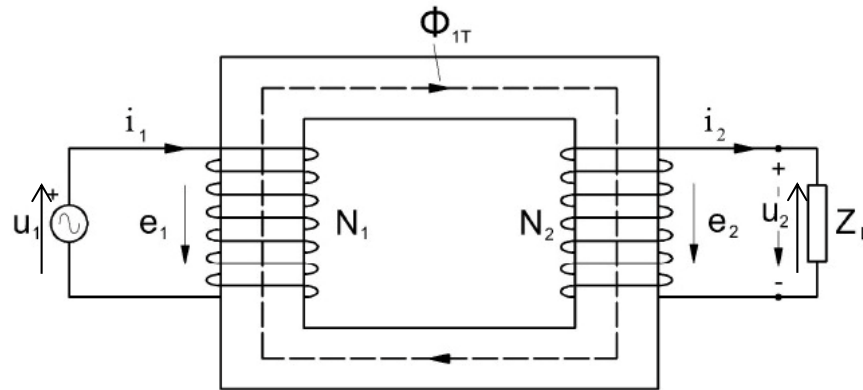
2ª Ley de Kirchhoff aplicada al secundario $\Rightarrow u_2 = -e_2$

- Las ecuaciones anteriores son las mismas que se utilizaron en el estudio del trafo en vacío
- En el transformador ideal el flujo es el mismo en vacío que en carga

Una vez obtenida la tensión secundaria, la intensidad secundaria se obtendrá de las ecuaciones de la carga. Así para una carga resistiva-inductiva, se tendrá:

$$u_2 = R_L i_2 + L_L \frac{di_2}{dt}$$

TRANSFORMADOR IDEAL EN CARGA



El transformador ideal en carga(*)

Para obtener la intensidad que circula por el arrollamiento primario, se aplica la ley de Ampere a una línea cerrada que transcurra por el circuito del flujo común (como la dibujada a trazos en la figura), se tiene:

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = Hl_{Fe} = N_1 i_1 - N_2 i_2$$

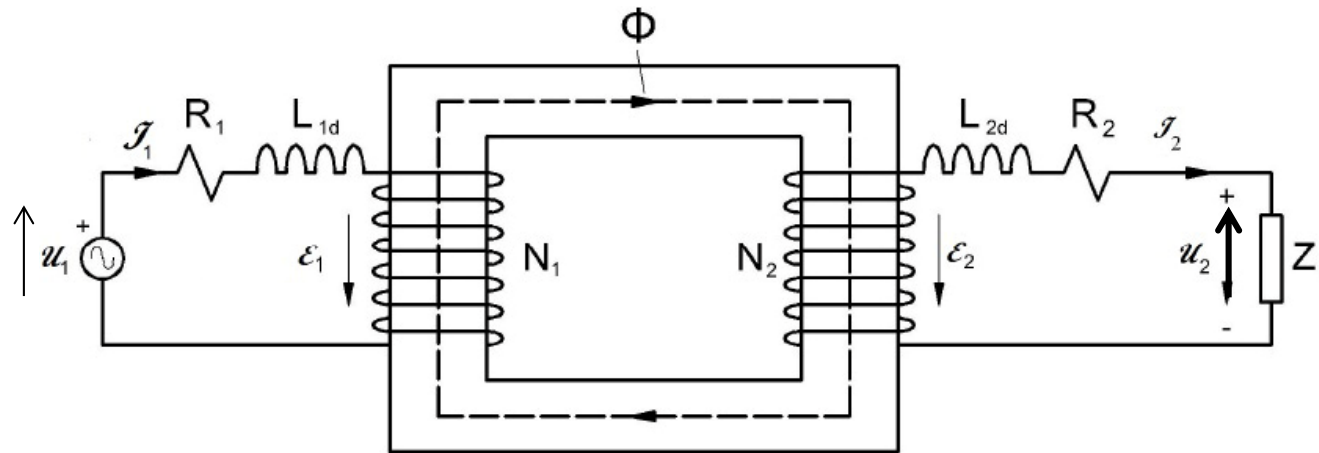
Como se puede ver, en un transformador en carga el flujo común es creado por la acción conjunta de los amperios-vuelta de primario y de secundario.

Dado que, como se dijo, el flujo en vacío es igual al flujo en carga, los amperios vuelta precisos para crearlo también deben ser idénticos en los dos casos:

$$N_1 i_0 = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad \longrightarrow \quad i_1 = i_0 + \frac{N_2}{N_1} i_2$$

Como se ve, el primario del transformador toma una intensidad de la fuente que es la suma de la que precisa para crear el flujo más la que precisa para cancelar los amperios-vuelta del secundario.

TRANSFORMADOR REAL EN CARGA



Resistencia de los arrollamientos y reactancias de dispersión en un transformador real (*)

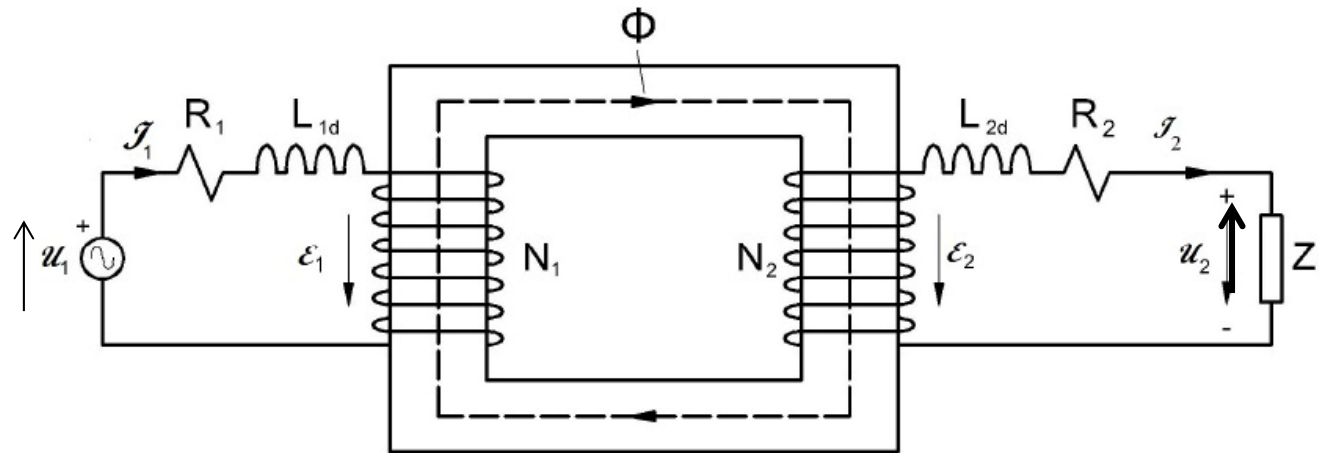
En un transformador real los arrollamientos tienen resistencia y existe un cierto flujo que concatena al arrollamiento primario pero no al secundario y viceversa. El tratamiento del flujo de dispersión secundario será análogo al que realizamos para el primario.

Ecuaciones del transformador en este caso:

$$\begin{array}{l} \text{Primario} \left\{ \begin{array}{l} \overline{U_1} = R_1 \vec{I_1} + j\omega L_{1d} \vec{I_1} - \overline{E_1} \\ \overline{E_1} = j\omega N_1 \vec{\Phi} \end{array} \right. \quad \text{Secundario} \left\{ \begin{array}{l} \overline{E_2} = j\omega N_2 \vec{\Phi} \\ \overline{U_2} = -\overline{E_2} - R_2 \vec{I_2} - j\omega L_{2d} \vec{I_2} \\ \overline{U_2} = \overline{Z_L} \vec{I_2} \end{array} \right. \end{array}$$

Ahora, en el caso del transformador real, al haber unas caídas de tensión en el arrollamiento Primario ya no se puede afirmar que la f.e.m. en vacío y en carga van a ser iguales, con lo que el flujo común no va a ser igual en vacío que en carga y, por lo tanto, la intensidad precisa para crearlos tampoco es igual.

TRANSFORMADOR REAL EN CARGA



Resistencia de los arrollamientos y reactancias de dispersión en un transformador real (*)

No obstante, siempre es posible escribir la corriente primaria como suma de la que se precisa para crear el nuevo flujo más la que se precisa para vencer los amperios-vuelta del secundario.

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_0 + \frac{N_2}{N_1} \vec{I}_2$$

En la práctica, las corrientes I_0 e I_0' son mucho menores que las que se precisan para vencer los amperios-vuelta del secundario, y sería muy engorroso hacer una distinción entre I_0 e I_0' , por lo tanto en la práctica no se hace distinción alguna entre ambas corrientes.

En cuanto a los flujos:

$$\vec{\Phi}_{1d} = \frac{L_{1d} \vec{I}_1}{N_1}$$



El flujo de dispersión aumenta al aumentar la corriente consumida por el transformador. El flujo de dispersión creado por el arrollamiento primario es una pequeña parte del flujo total que concatena al primario

CIRCUITO EQUIVALENTE

Como se vio las ecuaciones del transformador en carga son:

$$\begin{array}{l} \text{Primario} \left\{ \begin{array}{l} \overline{U}_1 = R_1 \overline{I}_1 + j\omega L_{1d} \overline{I}_1 - \overline{E}_1 \\ \overline{E}_1 = j\omega N_1 \overline{\Phi} \end{array} \right. \quad \text{Secundario} \left\{ \begin{array}{l} \overline{E}_2 = j\omega N_2 \overline{\Phi} \\ \overline{U}_2 = -\overline{E}_2 - R_2 \overline{I}_2 - j\omega L_{2d} \overline{I}_2 \\ \overline{U}_2 = \overline{Z}_L \overline{I}_2 \end{array} \right. \end{array}$$

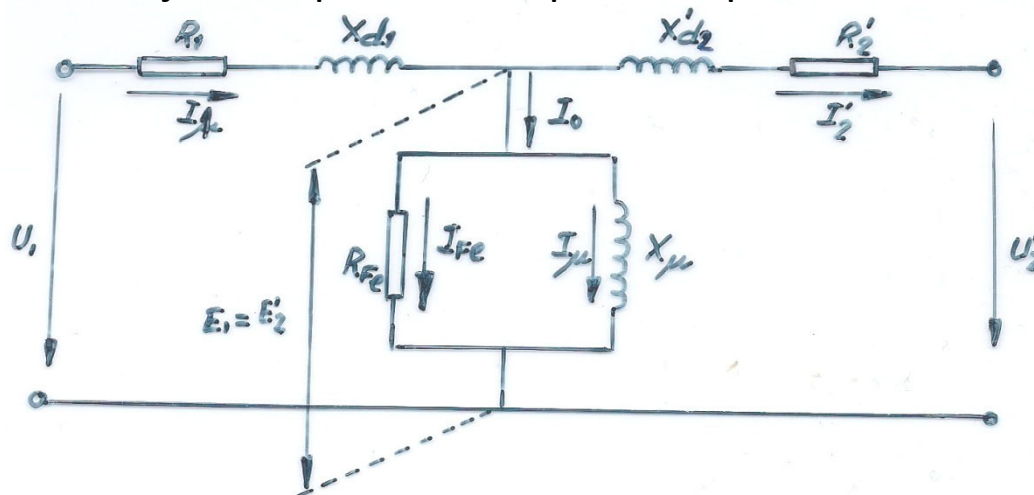
$$\overline{I}_1 = \overline{I}'_0 + \frac{N_2}{N_1} \overline{I}_2$$

Por otra parte: $\overline{E}_1 = r_t \overline{E}_2$ y: $\overline{I}'_0 = \overline{I}_\mu + \overline{I}_{Fe}$ Entonces:

$$\overline{U}_1 = R_1 \overline{I}_1 + j\omega L_{1d} \overline{I}_1 - r_t \overline{E}_2 = R_1 \overline{I}_1 + j\omega L_{1d} \overline{I}_1 + r_t R_2 \overline{I}_2 + j\omega r_t L_{2d} \overline{I}_2 + r_t \overline{U}_2$$

$$\overline{U}_1 = R_1 \overline{I}_1 + jX_{d1} \overline{I}_1 + R'_2 \overline{I}'_2 + jX'_{d2} \overline{I}'_2 + \overline{U}'_2$$

Esta ecuación puede plasmarse en forma de un circuito eléctrico, como el de la figura, con la ventaja de la plasticidad que ello aporta.



Circuito equivalente del transformador

Los elementos de la rama en paralelo son una resistencia (resistencia de pérdidas en el hierro) y una reactancia (reactancia magnetizante).

Los valores con superíndice prima de la figura, son las magnitudes referidas al primario.

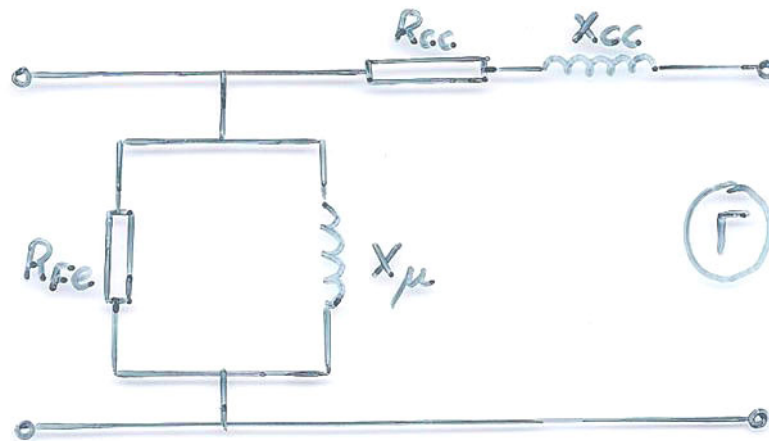
$$\begin{array}{ll} I'_2 = \frac{I_2}{r_t} & U'_2 = U_2 r_t \\ R'_2 = R_2 r_t^2 & X'_{d2} = X_{d2} r_t^2 \end{array}$$

CIRCUITO EQUIVALENTE APROXIMADO

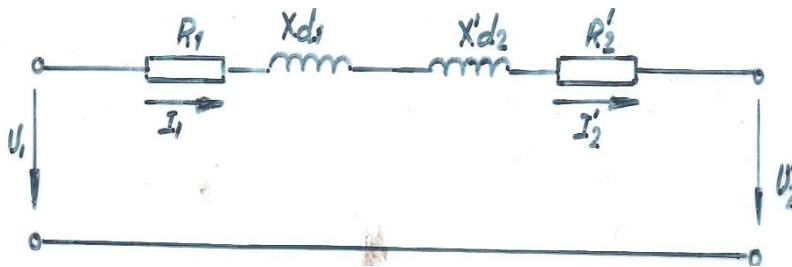
Nótese que en el circuito equivalente los balances de potencia (tanto activa, como reactiva o aparente) se conservan, así por ejemplo:

$$P_{cu,2} = R_2 I_2^2 = r_t^2 R_2 \frac{I_2^2}{r_t^2} = R'_2 I_2'^2$$

Al conservarse las potencias, el factor de potencia ($\cos \varphi$) se conserva



Circuito equivalente aproximado del transformador



Circuito equivalente aproximado del transformador en el que se desprecia la corriente de vacío

R_{cc} = Resistencia de cortocircuito

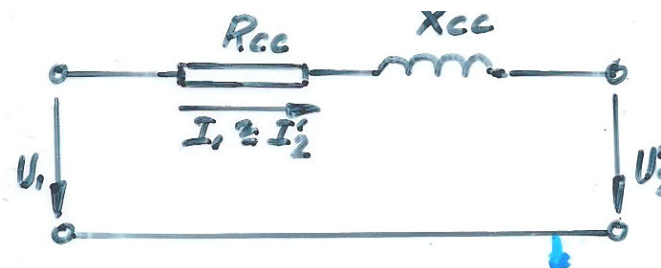
$$R_{cc} = R_1 + R'_2$$

X_{cc} = Reactancia de cortocircuito

$$X_{cc} = X_{d1} + X'_{d2}$$

Z_{cc} = Impedancia de cortocircuito

$$Z_{cc} = \sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2}$$



Circuito equivalente aproximado del transformador en el que se desprecia la corriente de vacío pero se aprovechan los conceptos de resistencia y reactancia de cortocircuito

DIAGRAMA VECTORIAL

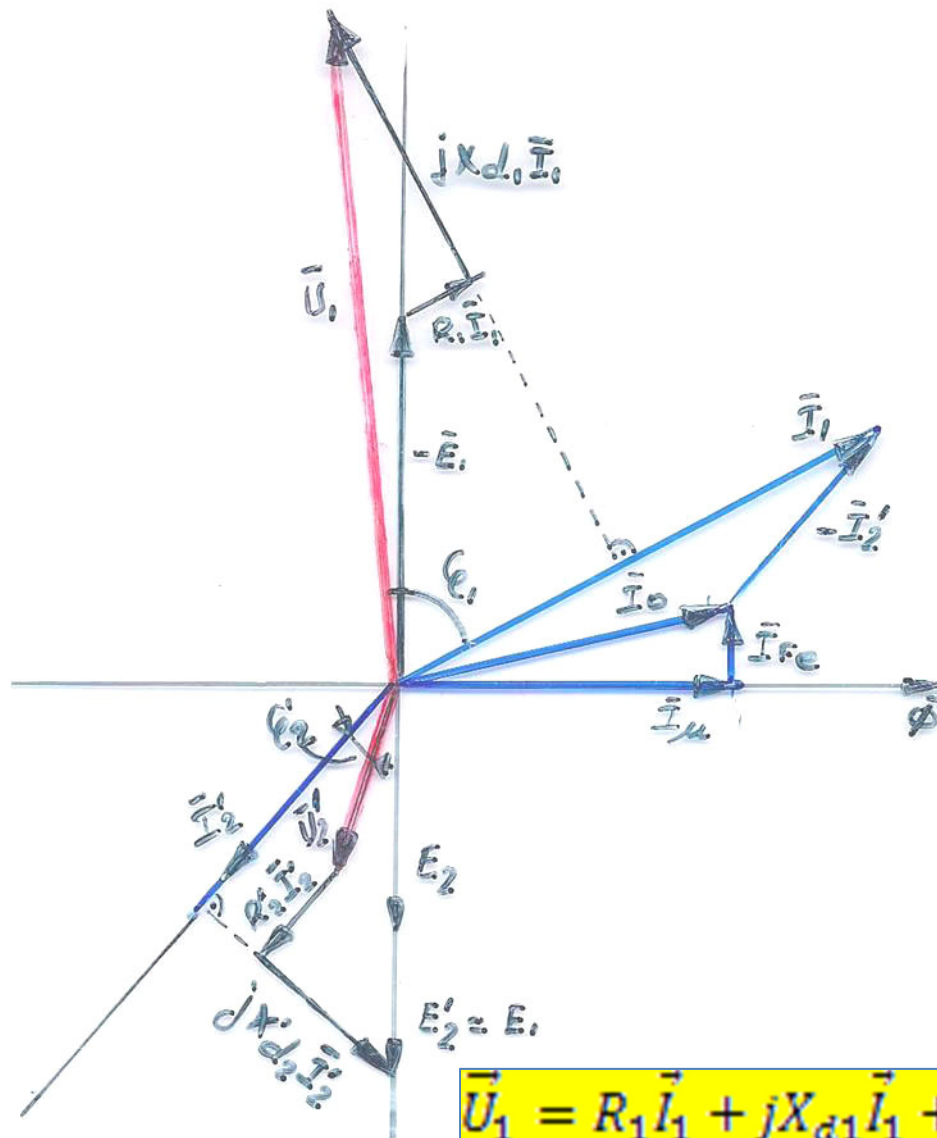


Diagrama vectorial del transformador

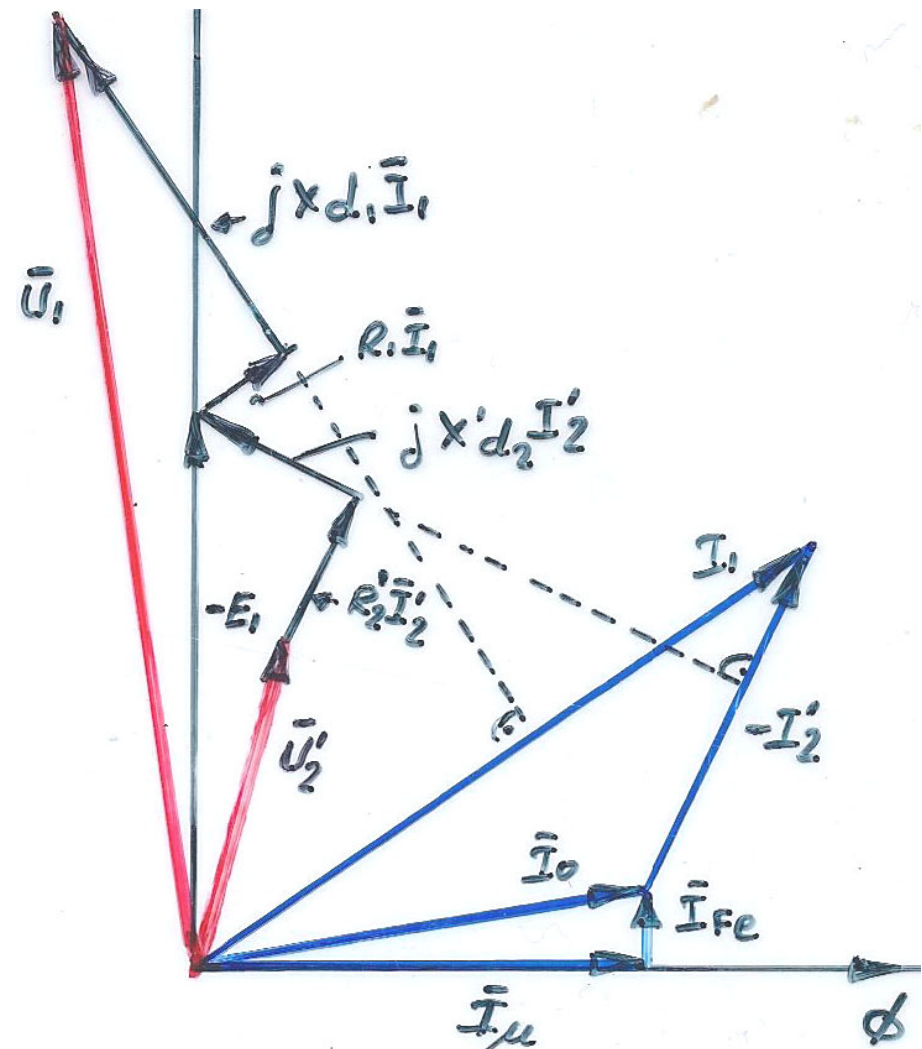
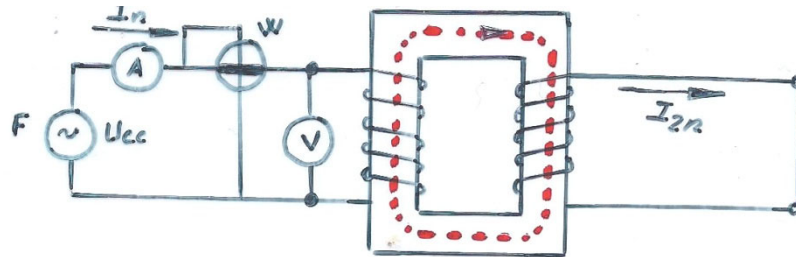


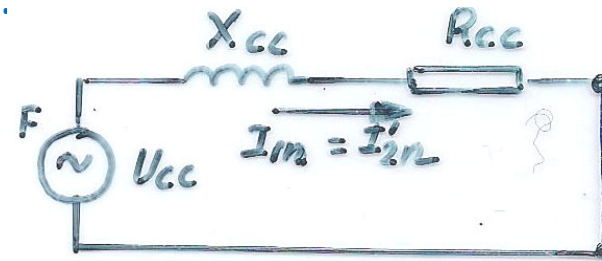
Diagrama vectorial del transformador con los
vectores del secundario girados 180º. 25

ENSAYO DEL TRANSFORMADOR EN CORTOCIRCUITO

Ensayo normal.



Esquema del transformador con los aparatos de medida para realizar el ensayo de cc



Circuito equivalente aproximado del transformador relativo al ensayo de cc

REALIZACIÓN DEL ENSAYO: Se varía poco a poco la tensión de la fuente hasta que el amperímetro indique que circula la corriente nominal.

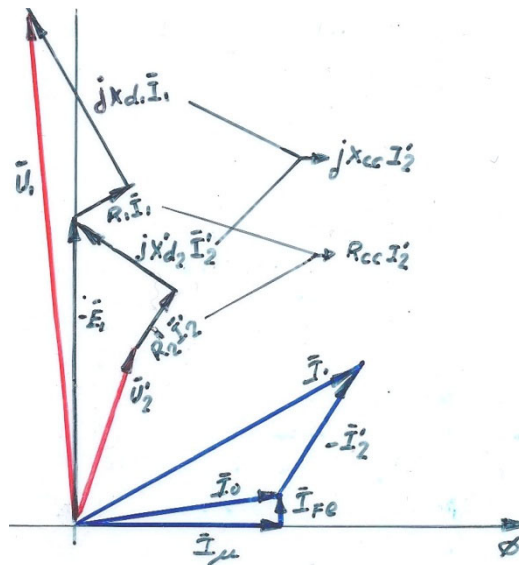


Diagrama vectorial del transformador con los vectores del secundario girados 180°.

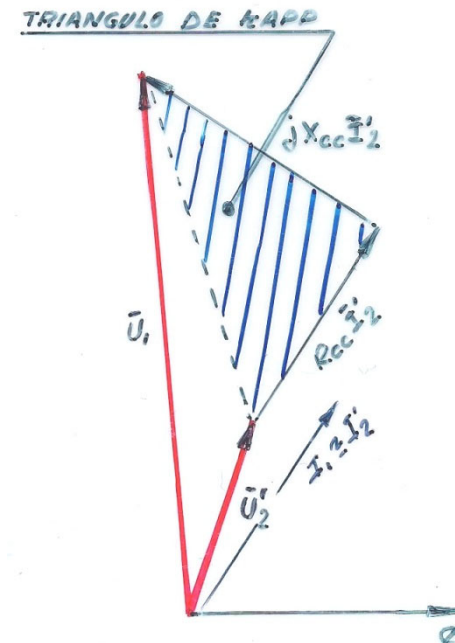
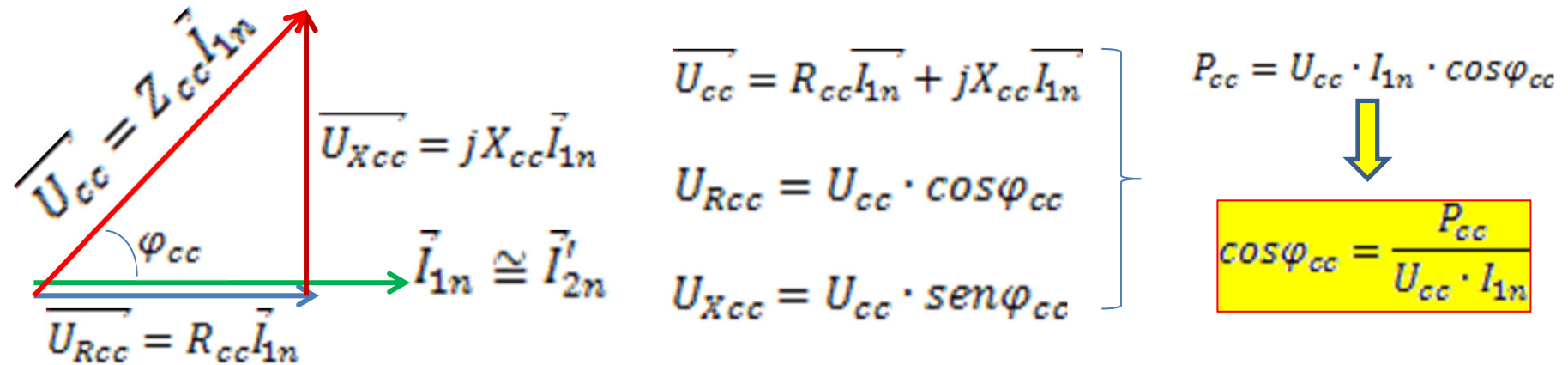


Diagrama vectorial del transformador con la resistencia y reactancia de cortocircuito

ENSAYO DEL TRANSFORMADOR EN CORTOCIRCUITO

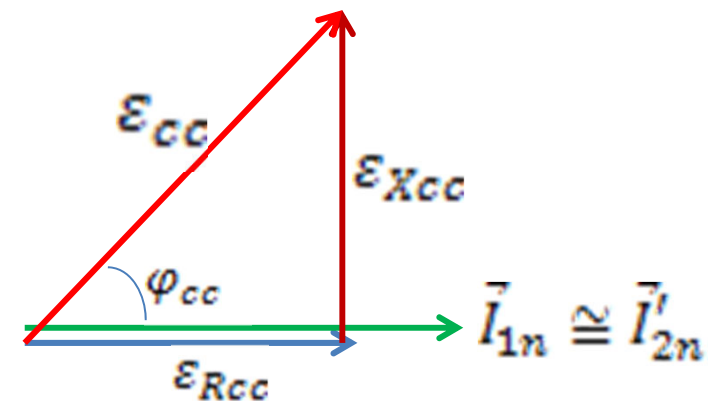
Ensayo normal...



$$\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{Z_{cc} I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{R_{cc} I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{X_{cc} I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100$$



ENSAYO DEL TRANSFORMADOR EN CORTOCIRCUITO

Ensayo normal...

En el ensayo en cc, tenemos: $P_{Fe} \cong 0$ y $P_{Cu} = P_{CuP.C}$ { Las pérdidas en el Cu son las pérdidas en el Cu de Plena Carga (P.C.) para el ensayo de cortocircuito normalizado

$$P_{Fe} \cong 0 \left\{ \begin{array}{l} U_{cc} \ll U_{1n} \text{ Supongamos: } U_{cc} = 5\%U_{1n} \Rightarrow \Phi_{cc} = 5\%\Phi_n \Rightarrow B_{cc} = 5\%B_n \\ P_{Fe} = kB^2 \Rightarrow P_{Fecc} \cong k(0,05B)^2 = \frac{1}{400}kB_n^2 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{Fe} = \frac{P_{Fe}}{U_{1n}I_{1n}} \cdot 100 \\ \varepsilon_{Cu} = \frac{P_{Cu}}{U_{1n}I_{1n}} \cdot 100 \end{array} \right\} \varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}^2}{U_{1n} \cdot I_{1n}} \cdot 100 = \frac{P_{Cu}}{U_{1n} \cdot I_{1n}} \cdot 100 = \varepsilon_{Cu}$$

Por otra parte:

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{\varepsilon_{Cu}}{\varepsilon_{cc}}$$

PÉRDIDAS EN UN TRANSFORMADOR

Pérdidas de potencia { Pérdidas ensayo vacío (Pérdidas en el Fe) $\Rightarrow$ **FIJAS**
 Pérdidas debidas a la carga (Pérdidas en el Cu) $\Rightarrow$ **VARIABLES**

$$P_{Cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

$$P_T = P_{Fe} + P_{Cu}$$

Índice de carga (c) $\Rightarrow$ $c = \frac{I_2}{I_{2n}} \cong \frac{I_1}{I_{1n}}$ { $I_1, I_2 \Rightarrow$ Intensidades a un determinado régimen de carga
 $I_{1n}, I_{2n} \Rightarrow$ Intensidades nominales

En el ensayo de cortocircuito normal (I_n):

$$P_{Cu} = R_1 I_{1n}^2 + R_2 I_{2n}^2 = R_1 I_{1n}^2 + R_2' I_{2n}'^2 \quad \text{Como: } \overline{I_{1n}} \cong \overline{I_{2n}'} \Rightarrow P_{Cu} = (R_1 + R_2') I_{1n}^2 = R_{cc} I_{1n}^2$$

$$\text{Se tiene que: } P_{Cu} = R_{cc} I_{1n}^2 \Rightarrow P_{Cu} \cong P_{cc}$$

A una carga determinada (c):

$$P_{Cu} = R_{cc} I_1^2 = R_{cc} I_1^2 \frac{I_{1n}^2}{I_{1n}^2} = R_{cc} I_{1n}^2 c^2 = c^2 \cdot P_{cc}$$

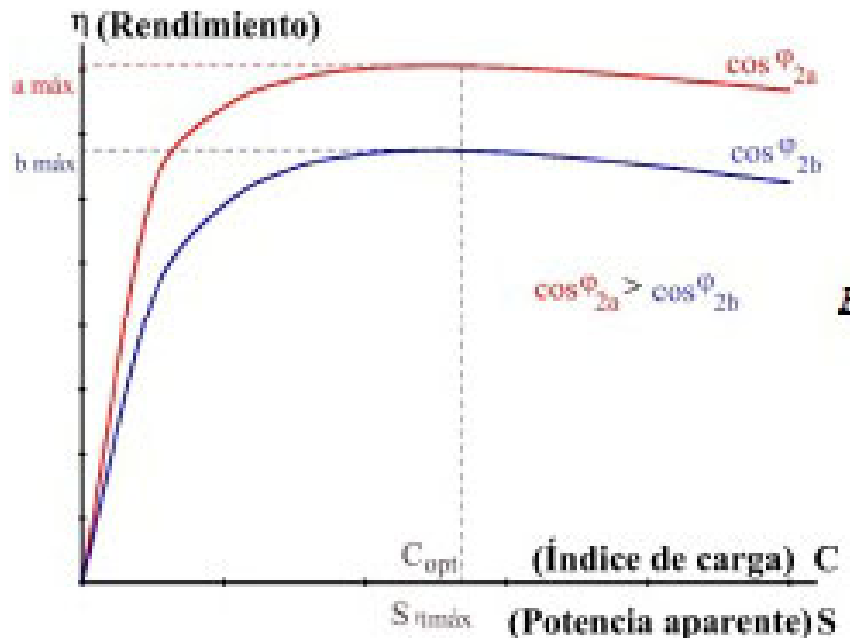
RENDIMIENTO DE UN TRANSFORMADOR

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{absorbida}}} \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} P_1 = \text{Potencia absorbida por el primario} \\ P_2 = \text{Potencia cedida en el secundario} \end{array} \right.$$

$$P_1 = P_{\text{útil}} + P_{\text{pérdidas}} = P_2 + P_{Fe} + P_{Cu} \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}}$$

A plena carga (I_{2n}): $\eta_{PC} = \frac{U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi_2}{U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi_2 + P_0 + P_{cc}}$

Para una corriente I_2 : $\eta_c = \frac{P_2}{P_2 + P_0 + c^2 P_{cc}} \quad \Rightarrow \quad \eta_c = \frac{U_2 \cdot \overbrace{c \cdot I_{2n}}^{I_2} \cdot \cos\varphi_2}{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi_2 + P_0 + c^2 P_{cc}}$



Curvas de rendimiento en función del índice de carga c y potencia aparente y para dos $\cos\varphi$ diferentes

$$\eta_c = \frac{U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi_2}{U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi_2 + \frac{P_0}{c} + c \cdot P_{cc}}$$

Para $c = \text{cte} \Rightarrow \eta = f(\cos\varphi_2)$ si $\cos\varphi_2 \downarrow \Rightarrow \eta \downarrow$

Para $(\cos\varphi_2) = \text{cte} \Rightarrow \eta = f(c)$

RENDIMIENTO MÁXIMO DE UN TRANSFORMADOR

Interesa calcular el η máximo para una carga determinada, siendo: $(\cos\varphi_2) = Cte$

Según la expresión:
$$\eta_c = \frac{U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi_2}{U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi_2 + \frac{P_0}{c} + c \cdot P_{cc}}$$

el η será máximo, cuando: $\frac{P_0}{c} + c \cdot P_{cc}$ sea mínimo

$$\frac{d}{dc} \left(\frac{P_0}{c} + c \cdot P_{cc} \right) = -\frac{P_0}{c^2} + P_{cc} \quad -\frac{P_0}{c^2} + P_{cc} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{cc} = \frac{P_0}{c^2} \quad \Rightarrow$$

$$P_0 = c^2 \cdot P_{cc} \quad \Rightarrow \quad P_{Fe} = P_{Cu} \quad c^2 = \frac{P_0}{P_{cc}} \quad \Rightarrow \quad c_{\eta} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$$

El rendimiento será máximo cuando las pérdidas en el hierro P_{Fe} (pérdidas fijas), obtenidas mediante el ensayo de vacío, sean iguales a las pérdidas en el cobre, P_{Cu} (pérdidas variables).

En los transformadores se define el coeficiente:

$$\alpha = \frac{\text{Pérdidas en el cobre a potencia nominal}}{\text{Pérdidas en el hierro}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 3 \div 5 \Rightarrow \text{Trafos de gran potencia} \\ \alpha = 6 \div 10 \Rightarrow \text{Trafos de distribución} \end{array} \right.$$

CAÍDAS DE TENSIÓN EN UN TRANSFORMADOR

Para un determinado $\cos\varphi_2$

$$U'' = U_{2,0} - U_{2,c}$$

$$\Delta U'' = U_{2,0} - U_{2,c} = \frac{U_{1,0}}{r_t} - U_{2,c}$$

$$\Delta U' = U_{1,0} - U'_{2,c} = U_{1,0} - U_{2,c} \cdot r_t$$

$$\Delta U' = \Delta U'' \cdot r_t$$

$$\varepsilon_c''\% = \frac{U_{2,n} - U_{2,c}}{U_{2,n}} \cdot 100 = \frac{U_{2,n} \cdot r_t - U_{2,c} \cdot r_t}{U_{2,n} \cdot r_t} \cdot 100 = \frac{U_{1n} - U'_{2,c}}{U_{1n}} \cdot 100 = \varepsilon_c'\%$$

$\Delta U''$ = Caída de tensión referida al secundario

$\Delta U'$ = Caída de tensión referida al primario

$$I_0 \cong 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_{1n} \cong \vec{I}'_{2n}$$

$$\frac{U'_{Rcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \varepsilon_{Rcc}$$

$$\frac{U'_{Xcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \varepsilon_{Xcc}$$

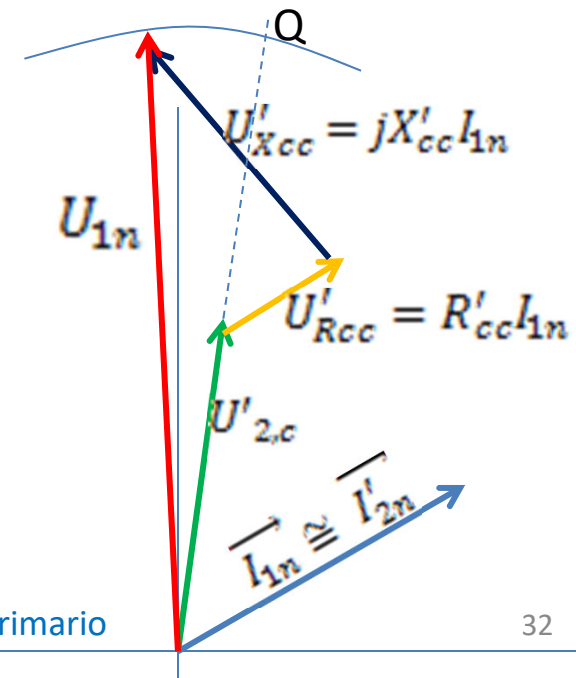
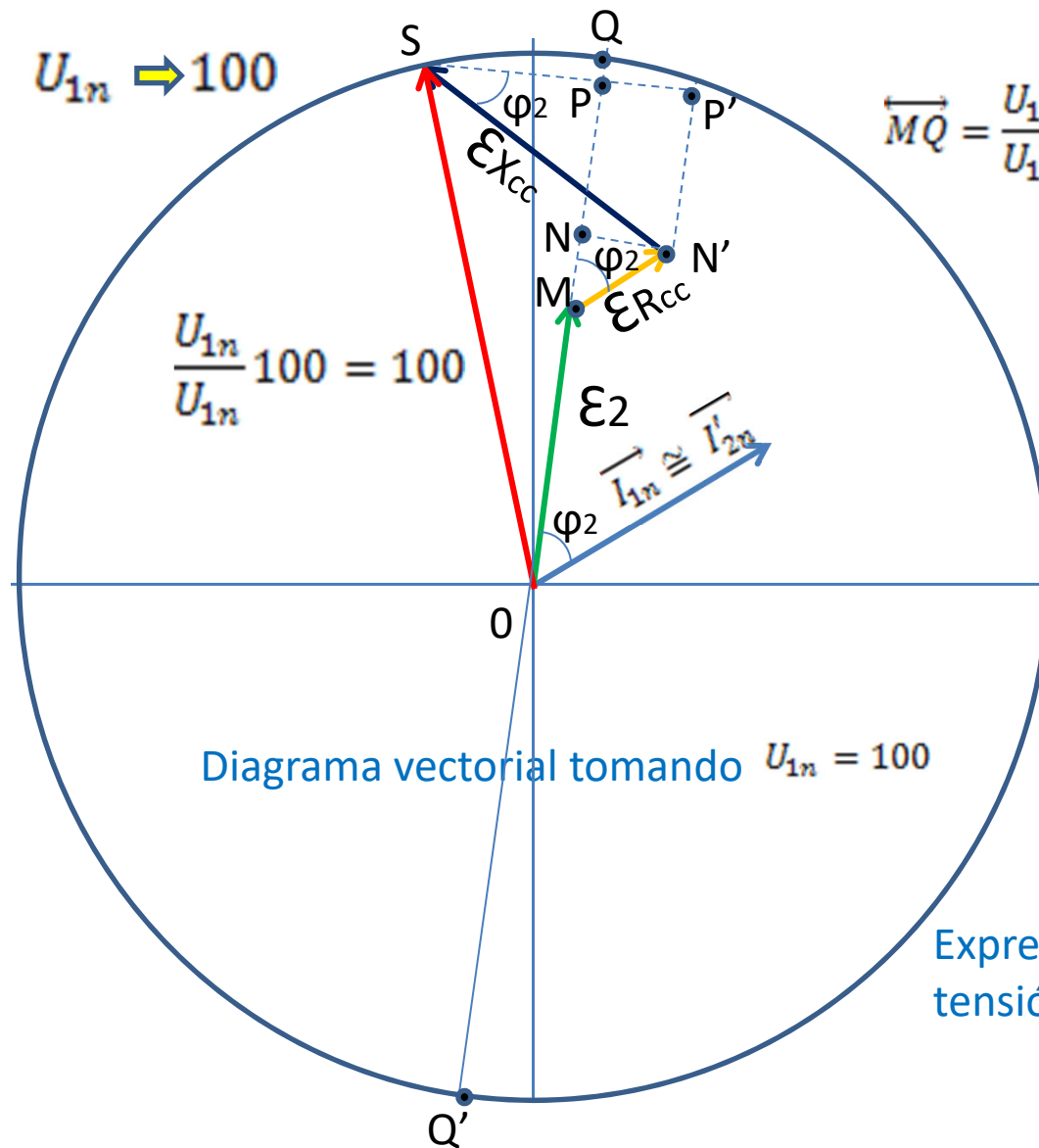


Diagrama vectorial con las caídas de tensión referidas al primario

CAÍDAS DE TENSIÓN EN UN TRANSFORMADOR



$$\overrightarrow{MQ} = \frac{U_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 - \frac{U'_{2n}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{U_{1n} - U'_{2c}}{U_{1n}} \cdot 100 = \varepsilon'_c (\%)$$

$$\varepsilon_c (\%) = \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ}$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{N'P'} = \varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen} \varphi_2$$

$$\overrightarrow{MN} = \varepsilon_{Rcc} \cdot \text{cos} \varphi_2$$

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = \left(100 - \sqrt{100^2 - \overrightarrow{SP}^2} \right)$$

$$\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{SP'} - \overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{SP'} - \overrightarrow{NN'}$$

$$\overrightarrow{SP} = \varepsilon_{Xcc} \cdot \text{cos} \varphi_2 - \varepsilon_{Rcc} \cdot \text{sen} \varphi_2$$

Expresión exacta de la caída de tensión en % correspondiente a I_{2n}



$$\varepsilon_c (I_{2n}, \varphi_2) \% = \varepsilon_{Rcc} \cdot \text{cos} \varphi_2 + \varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen} \varphi_2 + \left[100 - \sqrt{100^2 - (\varepsilon_{Xcc} \text{cos} \varphi_2 - \varepsilon_{Rcc} \text{sen} \varphi_2)^2} \right]$$

CAÍDAS DE TENSIÓN EN UN TRANSFORMADOR

Para una cierta carga I_2 y un determinado $\cos\varphi_2$, se tiene:

$$c = \frac{I_2}{I_{2n}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{R'_{cc} \cdot I_1}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{R'_{cc} I_{1n} \frac{I_1}{I_{1n}}}{U_{1n}} \cdot 100 = c \cdot \varepsilon_{Rcc} \\ \frac{X'_{cc} \cdot I_1}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{X'_{cc} I_{1n} \frac{I_1}{I_{1n}}}{U_{1n}} \cdot 100 = c \cdot \varepsilon_{Xcc} \end{array} \right.$$

$$\varepsilon_c (I_2, \varphi_2)\% = c\varepsilon_{Rcc}\cos\varphi_2 + c\varepsilon_{Xcc}\sin\varphi_2 + \left[100 - \sqrt{100^2 - c^2(\varepsilon_{Xcc}\cos\varphi_2 - \varepsilon_{Rcc}\sin\varphi_2)^2} \right]$$

Despreciando la expresión que hay dentro del corchete, queda la expresión aproximada:

$$\varepsilon_c (I_2, \varphi_2)\% \cong c \cdot (\varepsilon_{Rcc}\cos\varphi_2 + \varepsilon_{Xcc}\sin\varphi_2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} \\ \varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_c (I_2, \varphi_2)\% = c\varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} \cdot \cos\varphi_2 + c\varepsilon_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc} \cdot \sin\varphi_2 \\ \varepsilon_c (I_2, \varphi_2)\% \cong c \cdot \varepsilon_{cc} \cos(\varphi_{cc} - \varphi_2) \end{array} \right.$$

CAÍDAS DE TENSIÓN EN UN TRANSFORMADOR

MÉTODO GRÁFICO. MÉTODO DE KAPP

Se supone que I_0 es despreciable y que $I_1 \cong I'_2$

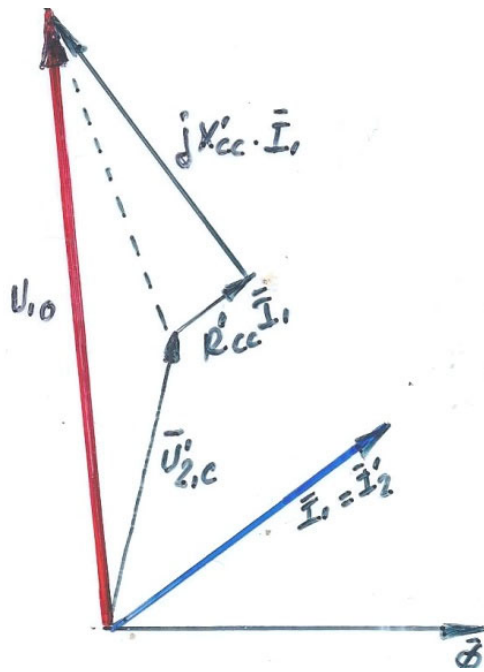


Diagrama vectorial con los vectores reducidos al primario

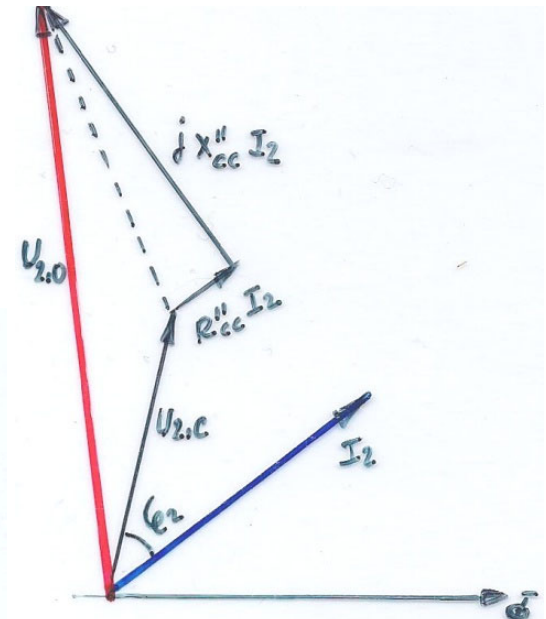


Diagrama vectorial con los vectores reducidos al secundario

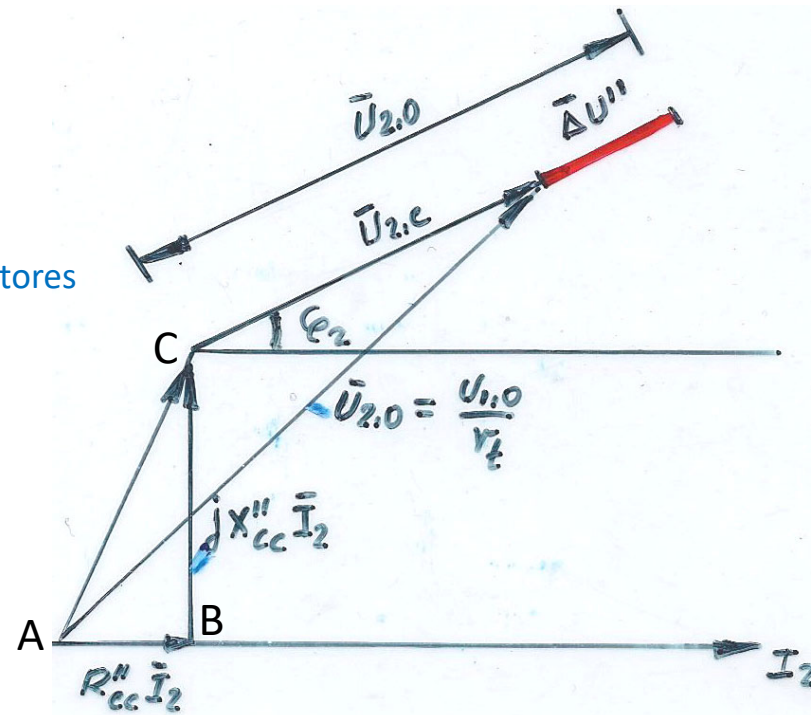


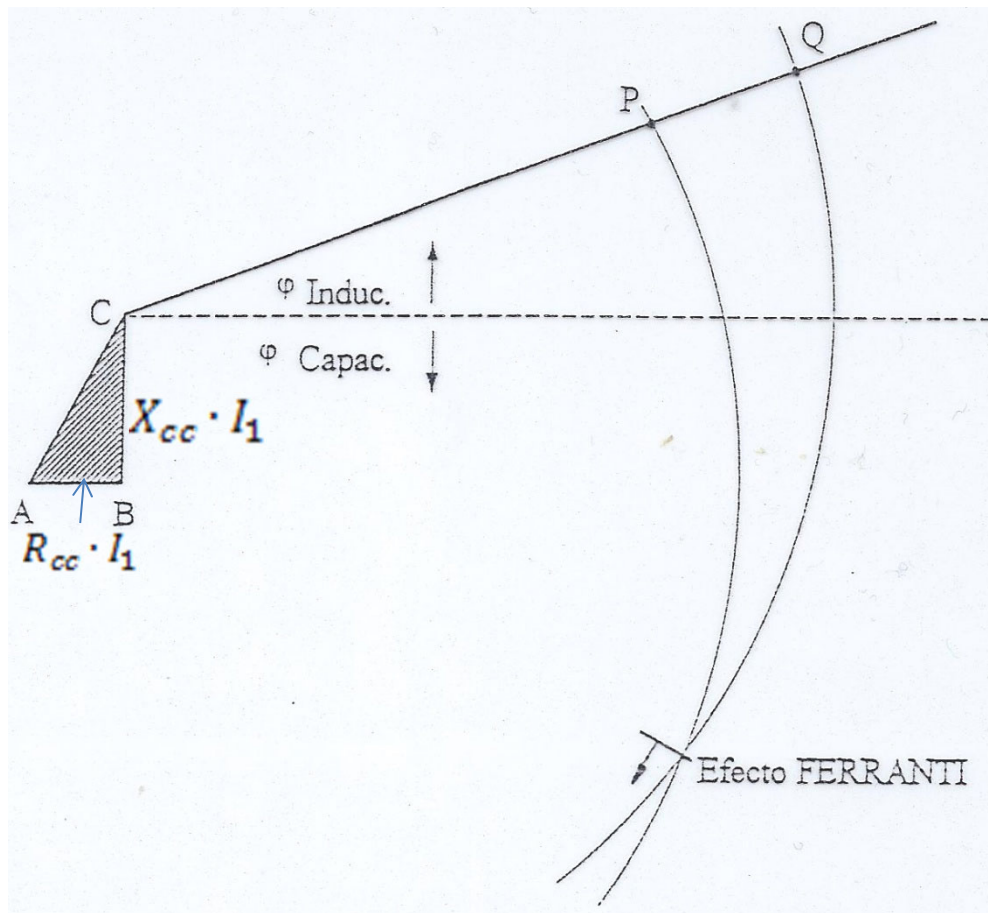
Diagrama vectorial como método gráfico para obtener la caída de tensión

$$\Delta U'' = U_{2,0} - U_{2,c}$$

CAÍDAS DE TENSIÓN EN UN TRANSFORMADOR

MÉTODO GRÁFICO. MÉTODO DE KAPP

Se supone que I_0 es despreciable y que $I_1 \cong I'_2$



- Se dibuja el triángulo fundamental ABC
- Con centro en el punto C se traza la circunferencia de radio U_{1n}
- Con centro en el punto A, se traza la circunferencia de radio U_{1n}
- Para un ángulo φ determinado, se traza la recta que partiendo del punto C forme dicho ángulo con la horizontal
- El segmento PQ comprendido entre las dos circunferencias, corresponde a la magnitud:

$$\overline{PQ} = U_{1n} - U'_{2c}$$

Gráfica para determinar la caída de tensión por el método de Kapp, para un $\cos\varphi$ genérico

CAÍDAS DE Tensión EN UN TRANSFORMADOR

MÉTODO GRÁFICO. MÉTODO DE KAPP

En el método gráfico de Kapp, se observa que:

- A medida que crece el ángulo φ inductivo, la caída de tensión aumenta.
- A medida que crece el ángulo φ capacitivo, la caída de tensión disminuye, pudiendo incluso llegar a ser negativa, es decir $U'_{2c} > U_{1n}$, que es lo que se conoce como **EFFECTO**

FERRANTI

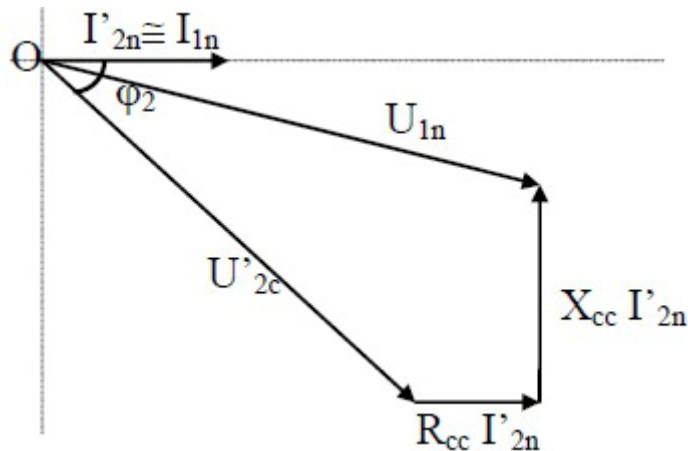


Diagrama vectorial en carga de un transformador, con carga capacitiva

$$\varepsilon_c (I_2, \varphi_2) \% \cong C \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cos \varphi_2 + \varepsilon_{Xcc} \sin \varphi_2)$$

Si el f.d.p. es capacitivo, el término: $C \cdot \varepsilon_{Xcc} \sin \varphi_2$ será negativo.

Ocurre a veces que: $C \cdot \varepsilon_{Xcc} \sin \varphi_2 > C \cdot \varepsilon_{Rcc} \cos \varphi_2$

Lo que indica que: $U_{2c} > U_{2n}$ o lo que es igual:

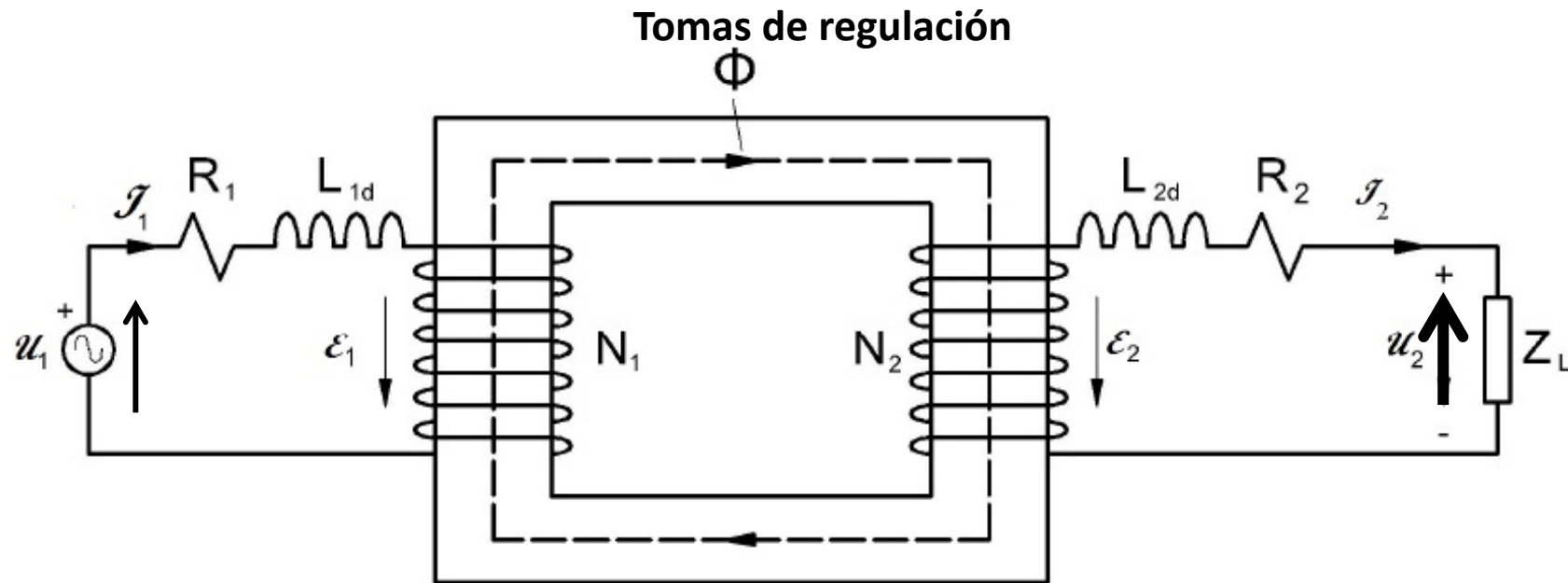
$$U'_{2c} > U_{1n}$$

Tensiones en carga superiores a las de vacío.

EFFECTO FERRANTI

Este método gráfico es muy útil desde el punto de vista didáctico ya que permite apreciar clara y rápidamente cuál es el efecto de la clase de carga sobre la tensión del secundario. Sin embargo, no se emplea para realizar cálculos debido a que presenta el inconveniente de que al ser el triángulo fundamental muy pequeño en comparación con los círculos trazados, los errores que se comenten son grandes.

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES

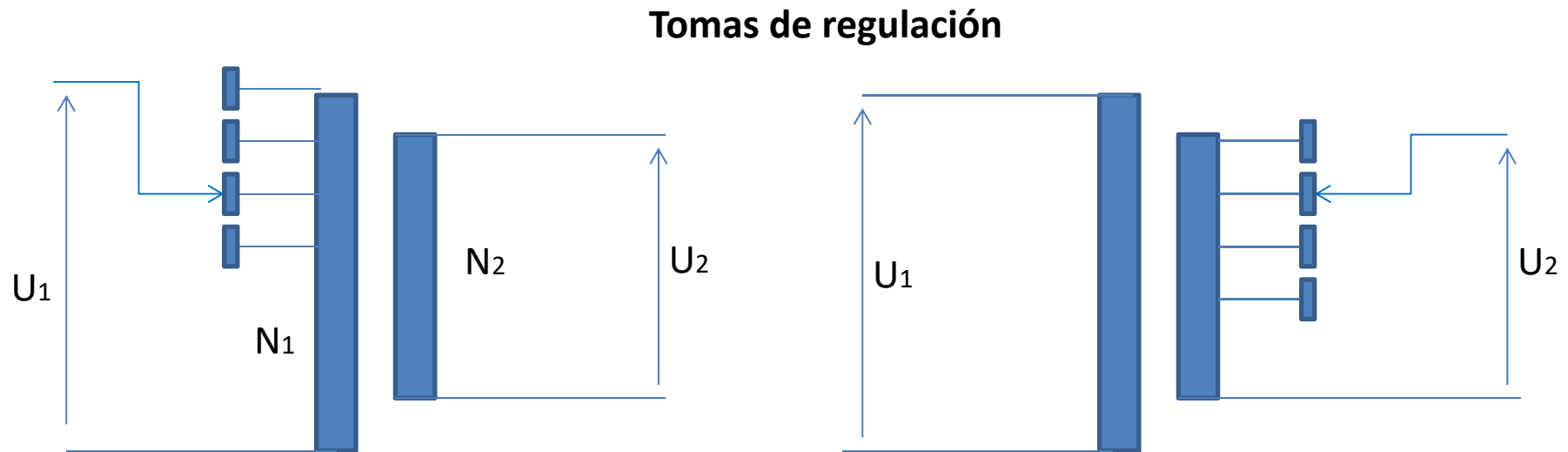


En el transformador, como se ha visto, se cumplen las siguientes expresiones:

$$\left. \begin{aligned} \vec{U}_2 &= -\vec{E}_2 - R_2 \vec{I}_2 - j\omega L_{2d} \vec{I}_2 \\ \vec{U}_1 &= -\vec{E}_1 + R_1 \vec{I}_1 + j\omega L_{1d} \vec{I}_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{U}_2 = -\frac{N_2}{N_1} \vec{E}_1 - \vec{I}_2 (R_2 + jX_{d2}) \Rightarrow \vec{U}_2 = \frac{N_2}{N_1} [\vec{U}_1 - \vec{I}_1 (R_1 + jX_{d1})] - \vec{I}_2 (R_2 + jX_{d2})$$

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES



Normalmente las tomas se instalan por los siguientes motivos:

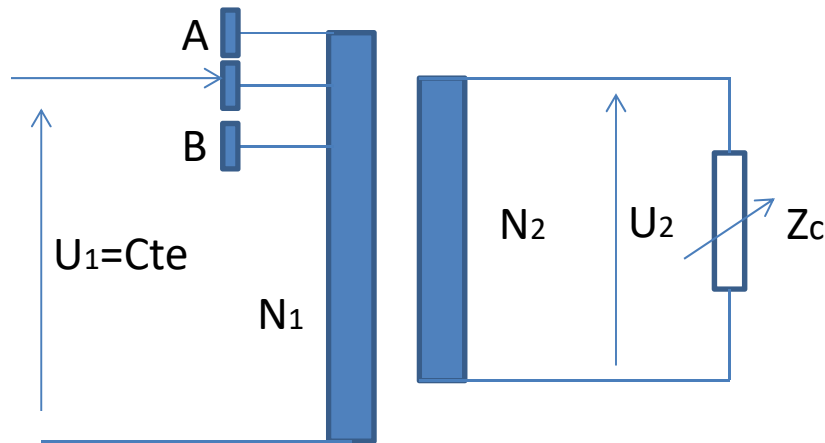
- Para mantener la tensión secundaria constante frente a variaciones de la tensión primaria
- Para mantener la tensión secundaria constante frente a variaciones de la carga

20000 V $\pm$ 2,5% + 5% -7,5%/400 V

Que corresponde a un transformador de 20.000/400 de relación de transformación nominal, con un margen de regulación primaria que va desde +5% hasta -7,5% con escalones de 2,5%

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES

a) Tomas situadas en el devanado primario y carga variable



Si por efecto de una variación de la carga la tensión U_2 disminuye, para volver a elevarla a su valor nominal habrá que actuar sobre el número de espiras del devanado primario.

-Si se coloca el conmutador de tomas en el punto A, se aumenta el número de espiras del primario:

Lo que provoca una disminución de la tensión del secundario en vez de aumentarla que es lo que interesaba.

$$\begin{cases} U_1 = Cte \cong 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \Phi \\ U_2 \cong 4,44 \cdot N_2 \cdot f \cdot \Phi \end{cases}$$

- Si el conmutador de tomas se sitúa en el punto B, el número de espiras del devanado primario disminuye, lo que provoca un aumento de flujo, que a su vez da lugar a un aumento de la tensión del secundario, como se quería conseguir.

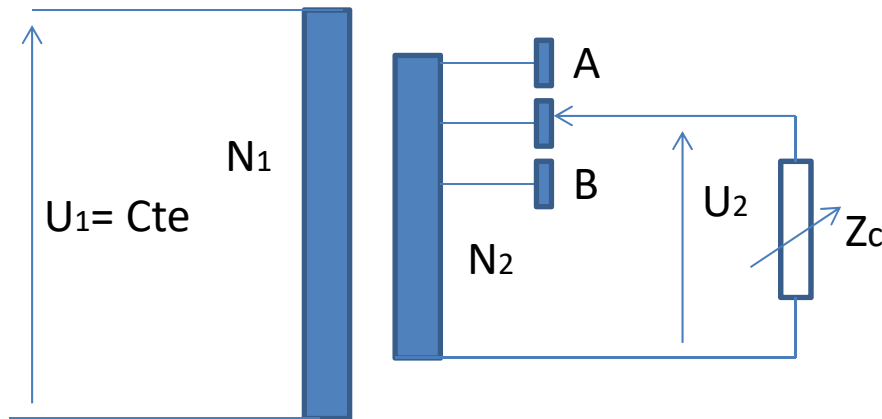
$$\frac{U_1}{U_2} \cong \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (\text{despreciando la caída interna de tensión})$$

Otra forma de justificarlo es a partir de la expresión:

$$\Rightarrow U_2 \cong U_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = K \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES

b) Tomas situadas en el devanado secundario y carga variable



Si por efecto de una variación de la carga, la tensión U_2 disminuye, para volver a elevarla a su valor nominal habrá que actuar sobre el número de espiras del devanado secundario.

Si se sitúa el conmutador de tomas en el punto A, se ha aumentado el número de espiras del devanado secundario:

$$\begin{cases} U_1 = Cte \cong 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \Phi \\ U_2 \cong 4,44 \cdot N_2 \cdot f \cdot \Phi \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Con lo que el flujo permanece constante;} \\ \text{por tanto, si } N_2 \text{ aumenta, esto provoca un} \\ \text{aumento de la tensión del secundario.} \end{array}$$

Otra forma de justificarlo es a partir de la expresión:

$$\frac{U_1}{U_2} \cong \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

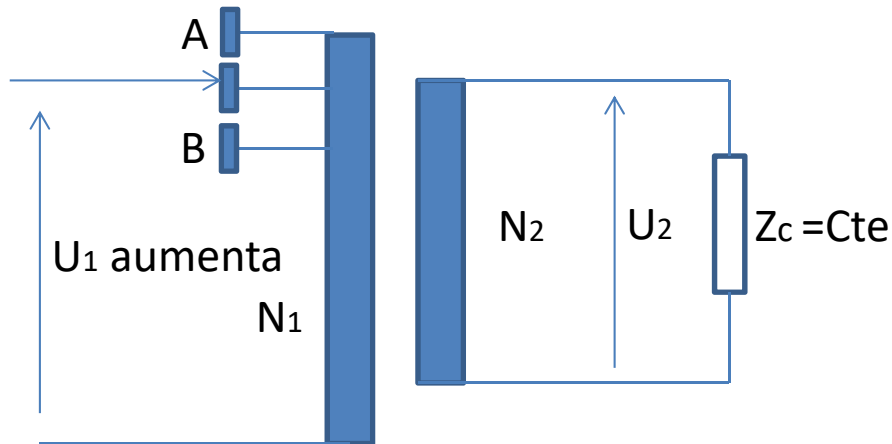
(despreciando la caída interna de tensión)

$$U_2 \cong U_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = K \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

Si se desea aumentar la tensión U_2 , es preciso aumentar el número de espiras del devanado secundario, N_2 . Esta forma de regulación se denomina a “**flujo constante**”

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES

c) Tomas situadas en el devanado primario y U_1 variable



Si se produce un aumento de la tensión de alimentación U_1 , para poder mantener constante la tensión de alimentación a la carga, U_2 , es preciso actuar sobre el número de espiras del primario.

-Si se sitúa el conmutador de tomas en el punto A, se ha aumentado el número de espiras del primario:

$$U_1 \cong 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \Phi$$

Con lo que el flujo puede permanecer constante

$$U_2 \cong 4,44 \cdot N_2 \cdot f \cdot \Phi$$

Como el flujo permanece constante, y no se actúa sobre el número de espiras del devanado secundario, N_2 , se mantiene constante la tensión del secundario, que es lo que interesaba.

Otra forma de justificarlo es a partir de la expresión:

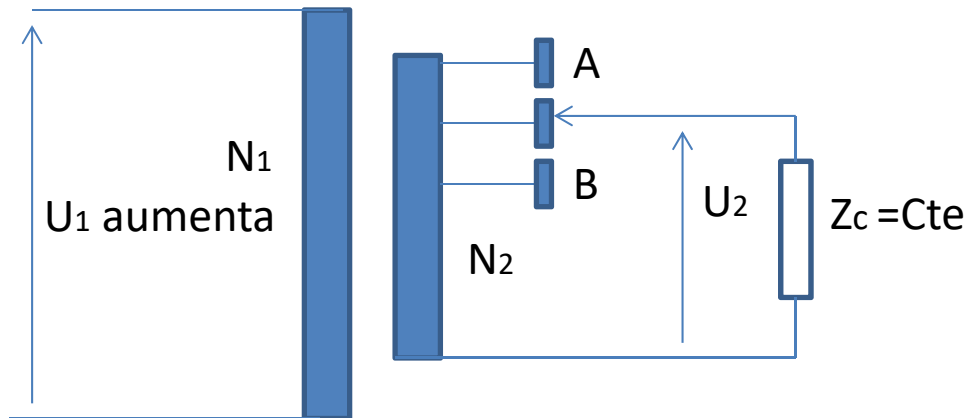
$$\frac{U_1}{U_2} \cong \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (\text{despreciando la caída interna de tensión})$$

$$U_2 \cong U_1 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

Si aumenta la tensión U_1 y se desea mantener la tensión U_2 , es preciso aumentar el número de espiras del primario, N_1 . Este tipo de regulación se denomina a “**flujo constante**”.

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES

d) Tomas situadas en el devanado secundario y U_1 variable



Se produce un aumento de la tensión de alimentación U_1 .

Si se sitúa el conmutador de tomas en el punto A, se ha aumentado el número de espiras del devanado secundario:

Por tanto si el flujo aumenta, como también ha aumentado el número de espiras del secundario, N_2 , no se puede mantener constante la tensión del secundario.

$$U_1 \cong 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \Phi \quad \text{Con lo que el flujo aumenta}$$
$$U_2 \cong 4,44 \cdot N_2 \cdot f \cdot \Phi$$

- Si el conmutador se sitúa en el punto B, N_2 disminuye, lo cual hace que se contrarreste el aumento de flujo, lo cual va a permitir mantener la tensión U_2 constante.

Otra forma de justificarlo es a partir de la expresión:

$$\frac{U_1}{U_2} \cong \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (\text{despreciando la caída interna de tensión})$$

$$U_2 \cong U_1 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

Si aumenta la tensión U_1 , si se desea mantener la tensión U_2 , es preciso disminuir el número de espiras del devanado secundario, N_2 . Esta forma de regulación se denomina a “**flujo variable**”

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES

Ubicación de las tomas de regulación

Se sitúan preferente en el devanado de AT, por las siguientes razones:

1.- El devanado de AT, en su disposición concéntrica, queda en la parte exterior debido a la necesidad de un mayor aislamiento a masa, lo que facilita el conexionado entre las diferentes espiras y el conmutador.

2.- El devanado de AT, por tener mayor número de espiras, se presta mejor a variar la relación de transformación en el valor que se solicite.

Así, por ejemplo, si se tiene un transformador de 6000/400 V, con 10 Voltios/espira

Si se modifica una espira en el devanado de BT

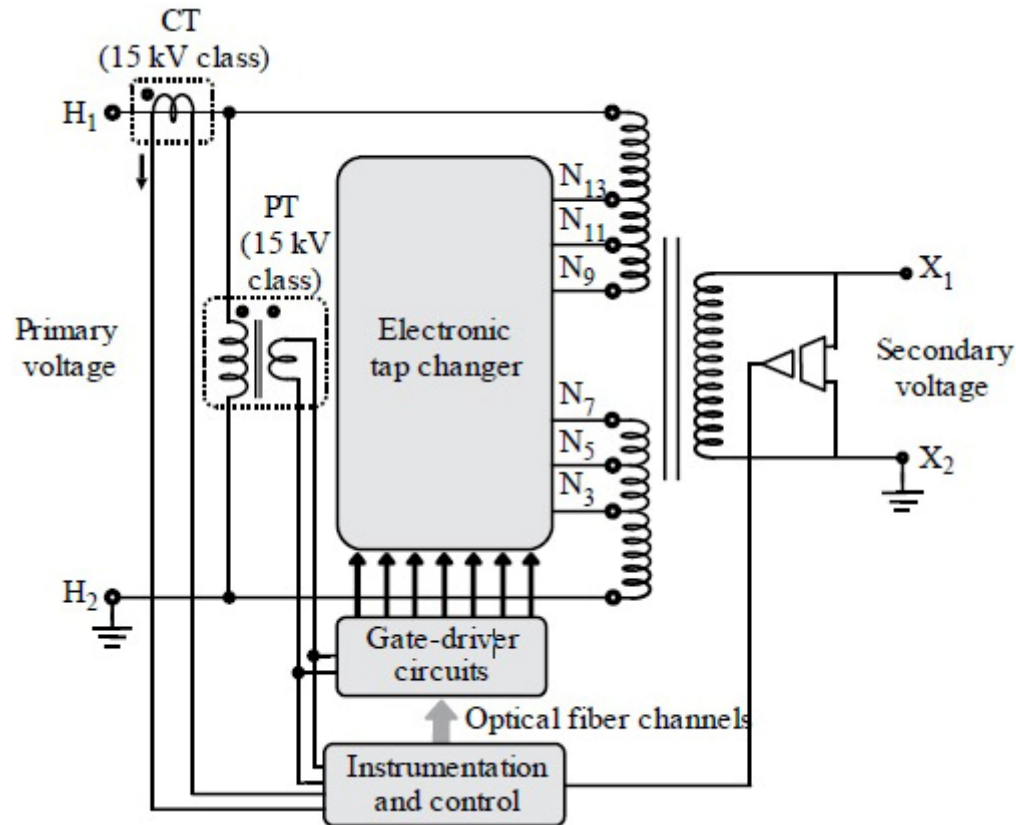
$$\Rightarrow \frac{\pm 10}{400} \cdot 100 = \pm 2,5\%$$

Si se modifica una espira en el devanado de AT

$$\Rightarrow \frac{\pm 10}{6000} \cdot 100 = \pm 0,167\%$$

3.- Las derivaciones son más económicas ya que al ser la intensidad de AT más baja, son menores las secciones de dichas derivaciones.

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES



Topología del cambiador electrónico

OBJECTIVOS:

Regulación automática de tensión, mejorando la calidad de la energía que le llega al consumidor final.

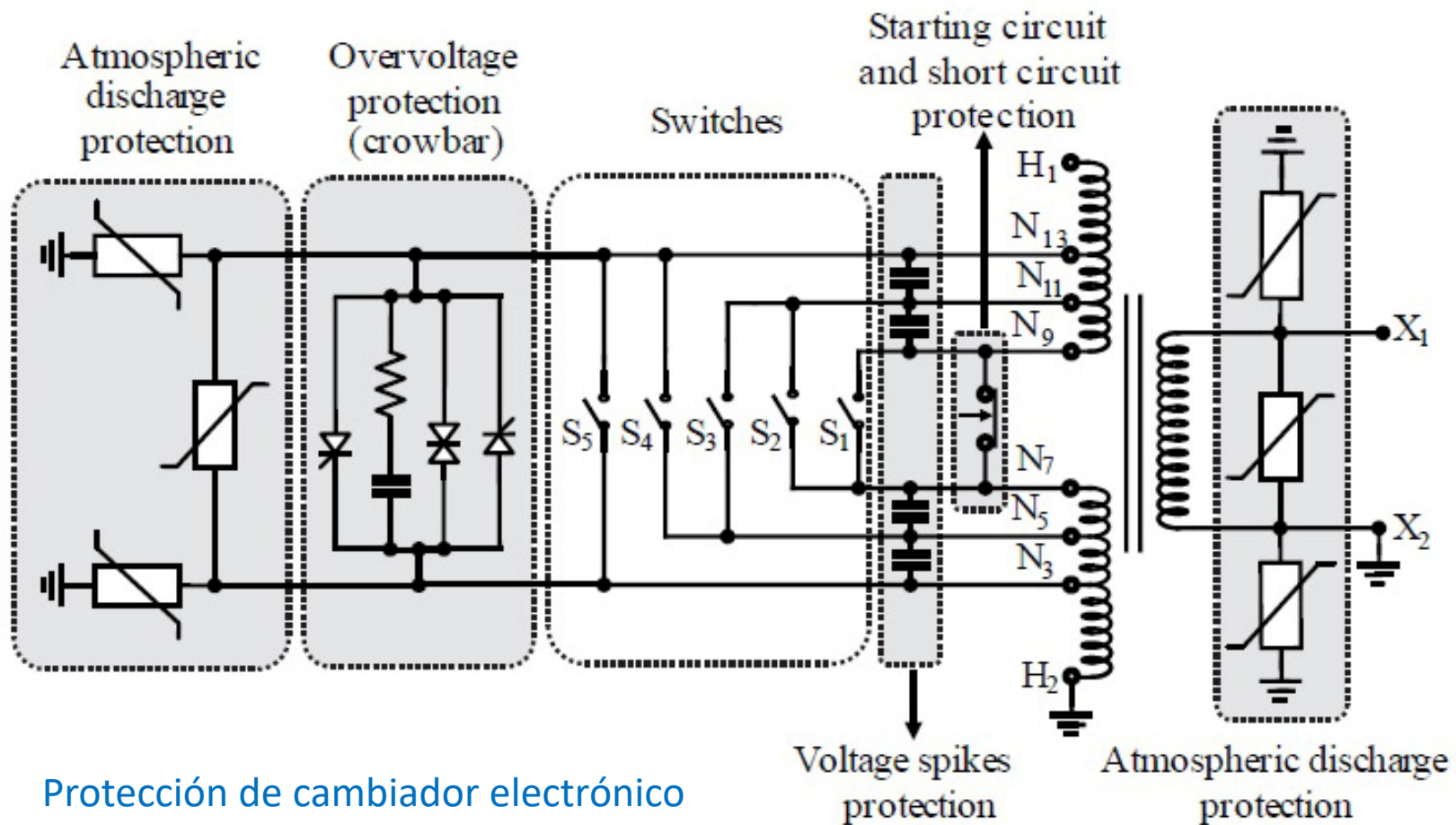
Supresión del cambiador de tomas no automático (operación en vacío) de los transformadores de distribución.

Reducción del coste de manutención en cambiadores de tomas de reguladores de tensión.

Desde el punto de vista del suministro eléctrico, durante el proceso de regulación en carga se tienen que cumplir dos condiciones básicas:

- 1.- No se puede interrumpir la intensidad de carga durante el cambio de toma
- 2.- El proceso de cambio de toma se tiene que realizar sin poner en cortocircuito ninguna sección entre tomas del arrollamiento.

REGULACIÓN DE TENSIÓN EN LOS TRANSFORMADORES



El sistema de comunicación se diseña para permitir la medida de los siguientes datos: corriente, tensión, potencia y la indicación de la toma actual.

También debe permitir que se pueda cambiar la toma para la que se quiera de forma remota y controlar al flujo de potencia

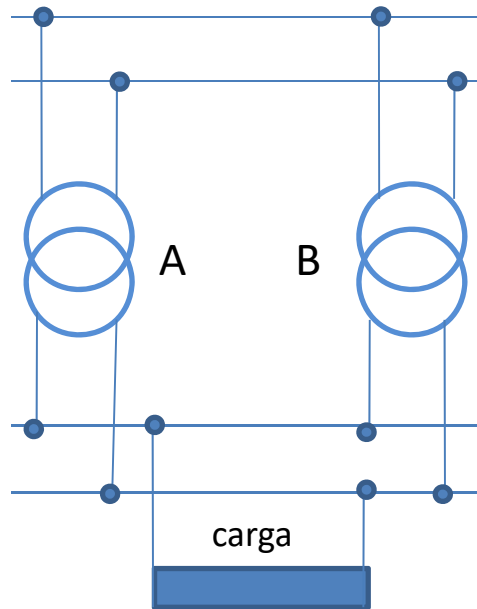
REGULACIÓN DE Tensión EN LOS TRANSFORMADORES



Transformador de regulación

ACOPLAMIENTO EN PARALELO DE TRANSFORMADORES

TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS



Esquema eléctrico del acoplamiento en paralelo de dos transformadores monofásicos

En ocasiones una carga, o una instalación es atendida por dos o más transformadores trabajando en paralelo. Algunas de las razones por las que se puede llegar a esta situación son:

- La potencia de la instalación ha ido creciendo a lo largo de los años, y llegado un momento se decidió poner un segundo transformador para no sobrecargar al primero.
- Tener una cierta capacidad de reserva ante la eventualidad de que uno de los transformadores falle

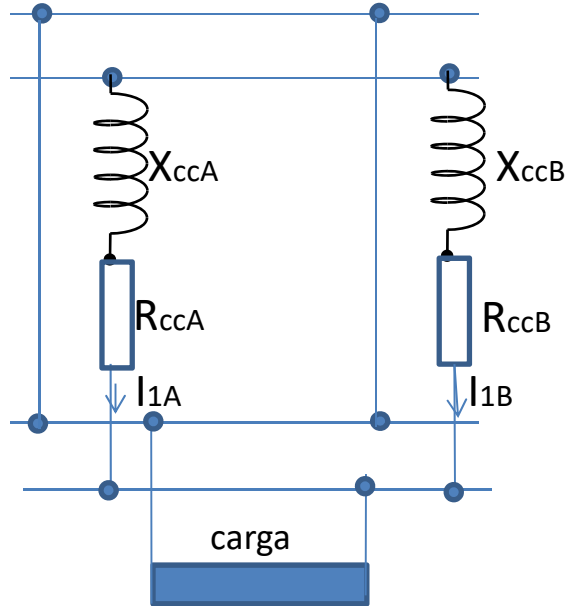
CONDICIONES QUE HAN DE CUMPLIR:

- 1.- Es necesario que estén conectados en paralelo y que su tensión primaria nominal sea idéntica
- 2.- Deben tener idéntica relación de transformación para que las tensiones secundarias sean también idénticas.

Si $r_{tA} \neq r_{tB} \Rightarrow U_{2A} \neq U_{2B}$ se originaría una corriente circulando por el interior de los devanados secundarios aunque los transformadores se encontrasen en vacío, lo que haría que las pérdidas fuesen elevadas. Cuando el transformador entre en carga esta corriente de circulación se sumará a la corriente de carga, limitando la carga máxima admisible si el calentamiento es excesivo.

ACOPLAMIENTO EN PARALELO DE TRANSFORMADORES

TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS



Circuito equivalente aproximado de los dos transformadores acoplados en paralelo

Para que los índices de carga sean iguales: $C_A = C_B$
Ha de cumplirse que sus tensiones de cortocircuito también lo sean:

$$\varepsilon_{ccA} = \varepsilon_{ccB}$$

3.- Las tensiones de cortocircuito han de ser iguales $\varepsilon_{ccA} = \varepsilon_{ccB}$

Cuando se conecta a los transformadores una carga, es deseable que la carga se reparta entre los dos transformadores proporcionalmente a su potencia nominal, esto es, que el índice de carga sea el mismo en ambos, pues si no fuera así, cuando se aplique al transformador una carga de potencia igual a la suma de las potencias nominales de los transformadores uno quedaría sobrecargado y otro infrautilizado.

Teniendo en cuenta el circuito equivalente aproximado de los dos transformadores acoplados en paralelo de la figura y suponiendo que se cumplen las dos condiciones anteriores, se puede poner:

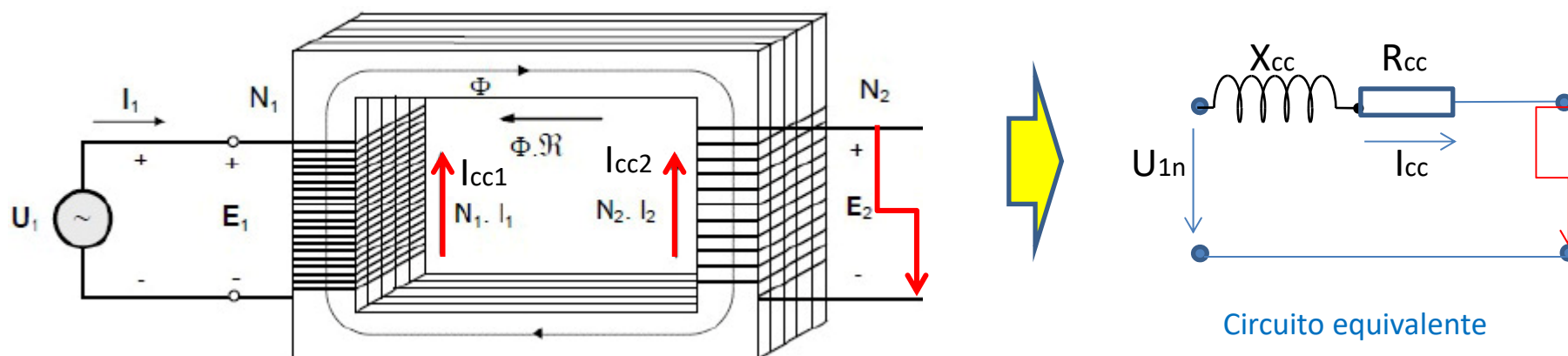
$$I_{1A} \cdot Z_{ccA} = I_{1B} \cdot Z_{ccB}$$

$$\frac{I_{1A}}{I_{1nA}} \cdot \frac{Z_{ccA} \cdot I_{1nA}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{I_{1B}}{I_{1nB}} \cdot \frac{Z_{ccB} \cdot I_{1nB}}{U_{1n}} \cdot 100$$

$$C_A \cdot \varepsilon_{ccA} = C_B \cdot \varepsilon_{ccB}$$

4.- La relación de potencias nominales de los dos trafos no debe ser mayor de 3:1

ACCIDENTE DE CORTOCIRCUITO EN UN TRANSFORMADOR



Cortocircuito en el secundario de un transformador monofásico

Cuando un transformador por accidente sufre un cortocircuito en bornas se establece por sus arrollamientos una corriente varias veces superior a su corriente nominal.

La norma IEC 60076 parte 5 indica que un transformador debe poder soportar los efectos térmicos y dinámicos de un cortocircuito al menos durante 2s, que es un tiempo ligeramente superior al requerido para que las protecciones actúen.

REGIMEN PERMANENTE

$$\left. \begin{array}{l} \text{Por definición: } Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{1n}} \\ \text{En cortocircuito: } Z_{cc} = \frac{U_{1n}}{I_{cc1}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{U_{cc}}{I_{1n}} = \frac{U_{1n}}{I_{cc1}} \Rightarrow I_{cc1} = \frac{U_{1n}}{U_{cc}} \cdot I_{1n} \\ \text{Por otra parte: } \varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 \Rightarrow U_{cc} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{U_{1n}}{100} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} I_{cc1} = \frac{U_{1n}}{\varepsilon_{cc} \cdot \frac{U_{1n}}{100}} \cdot I_{1n} \\ I_{cc1} = \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \cdot I_{1n} \end{array} \right.$$

En el secundario: $I_{cc2} = r_t \cdot I_{cc1}$

Si: $\varepsilon_{cc} = 2\% \Rightarrow I_{cc1} = 50 I_{1n}$

Si: $\varepsilon_{cc} \uparrow \Rightarrow I_{cc1} \downarrow$

$$I_{ch} = 1,8 \cdot I_{cc}$$

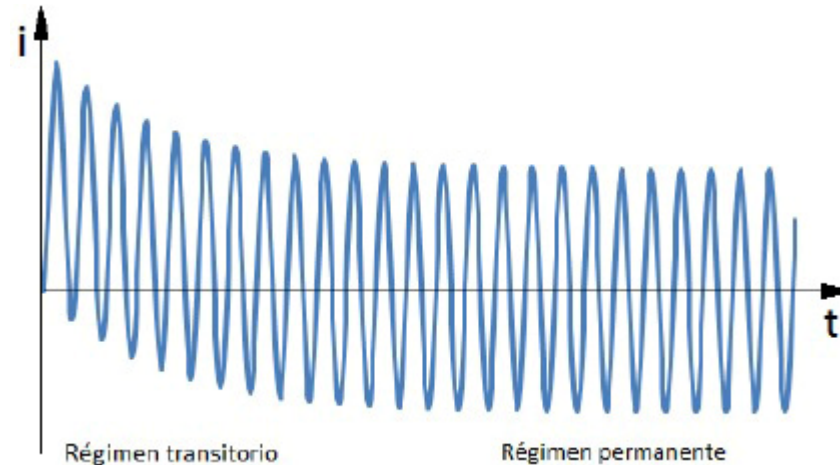
ACCIDENTE DE CORTOCIRCUITO EN UN TRANSFORMADOR

Se cambian repentinamente las condiciones de funcionamiento

TRANSITORIO (dura pocos ciclos)

Corriente elevada

PERIODO PERMANENTE



Corriente de cortocircuito en régimen transitorio hasta llegar al permanente

La corriente de cortocircuito produce dos tipos de esfuerzos en un transformador:

esfuerzos térmicos y **esfuerzos dinámicos**.

- Los **esfuerzos térmicos** se refieren al incremento de temperatura debido al calor generado por las pérdidas producidas por la corriente de cortocircuito
- Los **esfuerzos dinámicos** se refieren a fuerzas de repulsión entre arrollamientos.

CORRIENTE DE CONEXIÓN DE UN TRANSFORMADOR

Al conectar un transformador a la red se produce un transitorio que puede involucrar una corriente varias veces superior a la corriente nominal del transformador.

En el momento de la conexión: $u_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$ { Con lo que la derivada del flujo depende del valor de la tensión.

Por tanto, el transitorio puede ser más o menos violento dependiendo del valor de la tensión justo en el instante de la conexión. Si la tensión pasa por un máximo en el momento del cierre del interruptor el flujo crece durante un cuarto de período y llega a alcanzar un valor de cresta idéntico al que se tiene en funcionamiento normal.

$$\Phi(t) = \frac{1}{N_1} \int_0^t \sqrt{2} U_1 \cos \omega t \cdot dt = \frac{\sqrt{2} U_1}{\omega N_1} \sin \omega t + C_1 \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Si se supone que en el momento inicial ,t=0, el} \\ \text{flujo inicial es 0, la constante } C_1 \text{ será igual a 0;} \\ \text{por lo que el flujo correspondiente será el de} \\ \text{estado permanente y no creará problemas.} \end{array} \right.$$

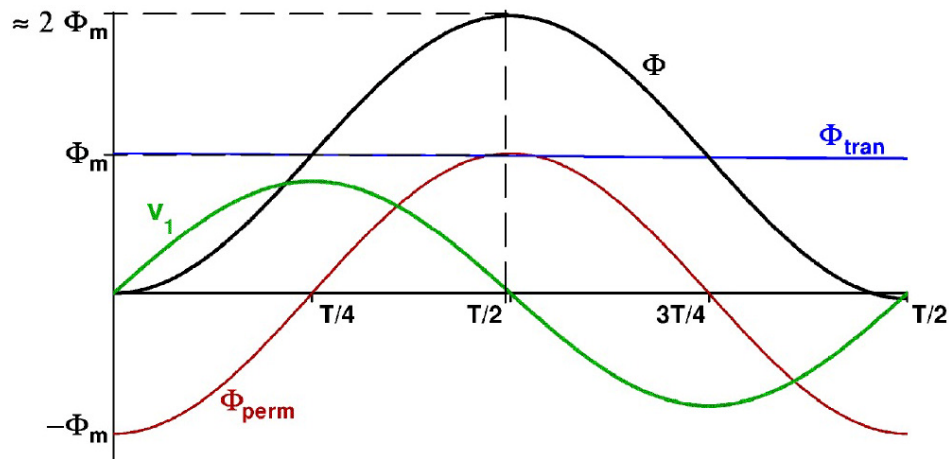
Sin embargo, si se cierra el interruptor de conexión a la red cuando la tensión tenga una fase de -90° , tendremos: $u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t - 90^\circ) = \sqrt{2} U_1 \sin \omega t$ y el flujo resultante será ahora:

$$\Phi(t) = -\frac{\sqrt{2} U_1}{\omega N_1} \cdot \cos \omega t + C_2 = -\Phi_m \cdot \cos \omega t + C_2 \quad \text{Si en } t=0 \text{ se tiene un flujo nulo, resulta que: } C_2 = \Phi_m$$

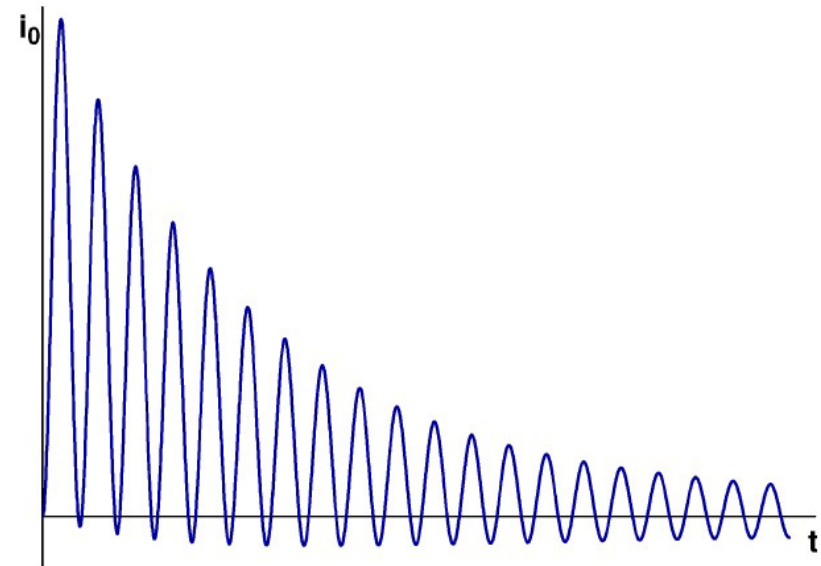
$$\Phi(t) = \Phi_m (1 - \cos \omega t) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Y para } \omega t = 180^\circ \text{ (final del} \\ \text{primer semiciclo) el flujo será :} \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Phi = \Phi_m (1 - \cos 180^\circ) = 2\Phi_m}$$

Como es sabido , los transformadores se diseñan para trabajar en el codo de saturación (en torno a **1,8 T**), con lo que durante este transitorio el material magnético sobrepasa ampliamente el codo de saturación. Al crecer el flujo por encima del codo de saturación la corriente precisa para crearlo aumenta desmesuradamente.

CORRIENTE DE CONEXIÓN DE UN TRANSFORMADOR



Evolución del flujo al conectar un transformador en vacío en el momento más desfavorable (se ha supuesto que no existe flujo remanente)



Evolución de la corriente de conexión de un transformador en vacío en el caso más desfavorable

Si se tiene en cuenta la caída de tensión en la resistencia del arrollamiento primario:

$$u_1 = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

El efecto de la resistencia del primario es hacer que el transitorio se amortigüe hasta que por fin el flujo resulta del mismo valor que en funcionamiento normal.

El transitorio de conexión no es perjudicial para el transformador. No obstante las protecciones del mismo pueden interpretar que esta corriente, de valor superior a la nominal, es una corriente de cortocircuito, y se han de tomar medidas para evitar una falsa actuación de las protecciones en este caso.

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Justificación de la transformación trifásica

$$\text{Transformador} \left\{ \begin{array}{l} U = 10.000 \text{ V} \\ \cos \phi = 1 \\ S = 10 \text{ mm}^2 \\ I = 50 \text{ A} \end{array} \right.$$

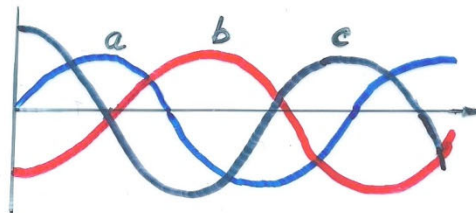
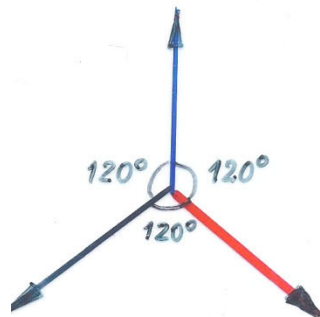
monofásicos =

$$P = U \cdot I \cdot \cos \phi = 500 \text{ kW}$$

$$S_T = 2 \times 10 = 20 \text{ mm}^2$$

$$P/\text{mm}^2 = \frac{500}{20} = \underline{25 \text{ kW/mm}^2}$$

Trifásicos =

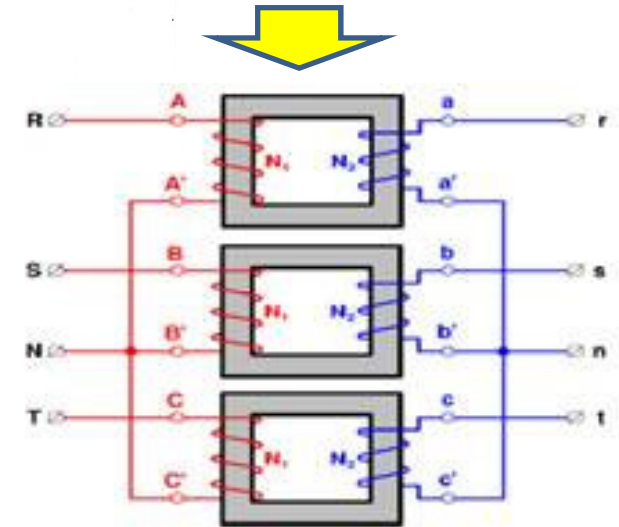


$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \phi = 1.73 \cdot 500 = 865 \text{ kW}$$

$$S_T = 3 \cdot 10 = 30 \text{ mm}^2$$

$$P/\text{mm}^2 = \frac{865}{30} = \underline{28.8 \text{ kW/mm}^2}$$

Dos posibilidades para poder realizar una transformación trifásica:



1.- Banco Trifásico (a base de tres transformadores monofásicos)



2.- Mediante un Núcleo Trifásico (Transformador Trifásico) que se estudiará a continuación

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Justificación de la transformación trifásica

Comparación entre el transporte en monofásica y en trifásica

- ❑ Queremos transportar energía eléctrica:
 - una potencia aparente **S** ,
 - a una distancia **L** ,
 - a una tensión fase-neutro **U** ,
 - utilizando un conductor de resistividad ρ ,
 - que soporta una densidad de corriente máxima δ
- ❑ Realizamos un análisis **muy simplificado**, pero cualitativamente **significativo**

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Justificación de la transformación trifásica

Comparación entre el transporte en monofásica y en trifásica

□ En **monofásica**:
$$\left. \begin{array}{l} S_I = S \\ U_I = U \end{array} \right\} \Rightarrow I_I = \frac{S}{U}$$

○ Sección del conductor:
$$A_I = \frac{I_I}{\delta} = \frac{S}{\delta \cdot U}$$

○ Cantidad de material conductor ($\Rightarrow$ **coste de inversión**)

$$M_I = 2 \cdot A_I \cdot L = \frac{2 \cdot S \cdot L}{\delta \cdot U}$$

○ Resistencia de 1 conductor:
$$R_I = \rho \cdot \frac{L}{A_I} = \frac{\rho \cdot L \cdot \delta \cdot U}{S}$$

○ Pérdidas ($\Rightarrow$ **coste de explotación**):
$$P_I = 2 \cdot R_I \cdot I_I^2 = \frac{2 \cdot S \cdot \rho \cdot \delta \cdot L}{U}$$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Justificación de la transformación trifásica

Comparación entre el transporte en monofásica y en trifásica

□ En **trifásica**:
$$\left. \begin{array}{l} S_{\text{III}} = S \\ U_{\text{III}} = \sqrt{3}U \end{array} \right\} \Rightarrow I_{\text{III}} = \frac{S_{\text{III}}}{\sqrt{3} \cdot U_{\text{III}}} = \frac{S}{3 \cdot U}$$

○ Sección del conductor:
$$A_{\text{III}} = \frac{I_{\text{III}}}{\delta} = \frac{S}{3 \cdot \delta \cdot U}$$

○ Cantidad de material conductor ($\Rightarrow$ **coste de inversión**)

$$M_{\text{III}} = 3 \cdot A_{\text{III}} \cdot L = \frac{S \cdot L}{\delta \cdot U} = \frac{M_{\text{I}}}{2}$$

○ Resistencia de 1 conductor:
$$R_{\text{III}} = \rho \cdot \frac{L}{A_{\text{III}}} = \frac{3 \cdot \rho \cdot L \cdot \delta \cdot U}{S}$$

○ Pérdidas ($\Rightarrow$ **coste de explotación**):
$$P_{\text{III}} = 3 \cdot R_{\text{III}} \cdot I_{\text{III}}^2 = \frac{S \cdot \rho \cdot \delta \cdot L}{U} = \frac{P_{\text{I}}}{2}$$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Justificación de la transformación trifásica

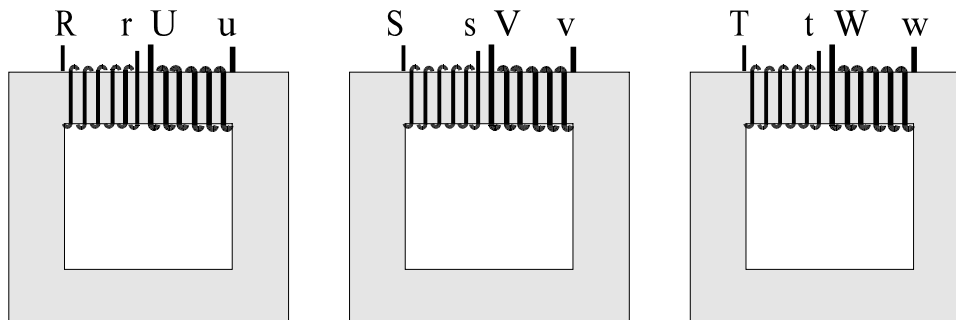
Comparación entre el transporte en monofásica y en trifásica

Análisis de sensibilidad:

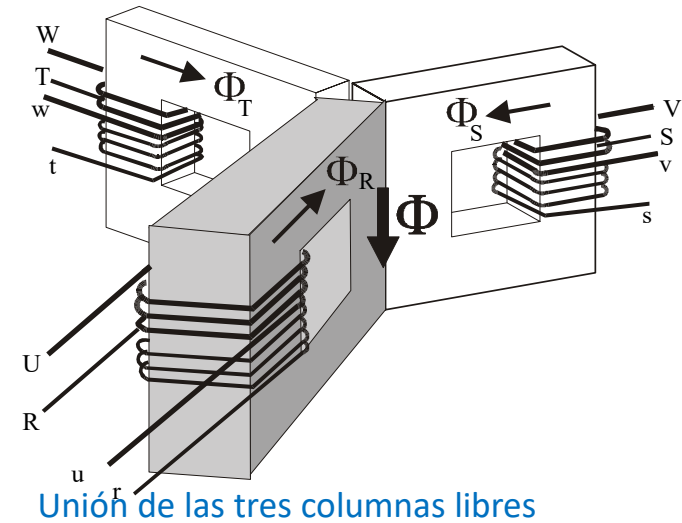
- Era obvio que los costes aumentan con **L** y con **S**
- Reducir ρ suele implicar un conductor más caro
 - Cobre frente a aluminio, por ejemplo
- Aumentar δ depende del conductor y de su refrigeración, que incrementa mucho el coste
- Se observa que aumentar **U** sólo aporta beneficios
 - Por ello se realiza el transporte en alta tensión
 - Las limitaciones suelen ser de orden técnico
 - Este ejemplo no considera los costes que conlleva: mayor aislamiento y tamaño de las torres, etc...

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

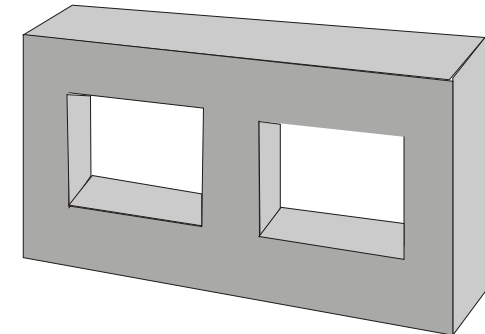
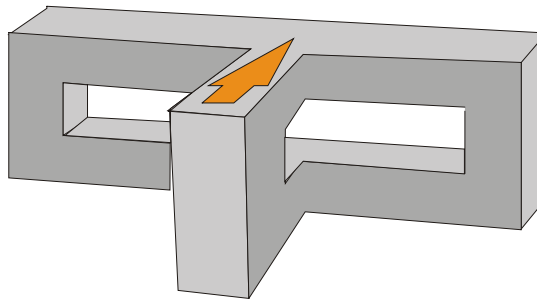
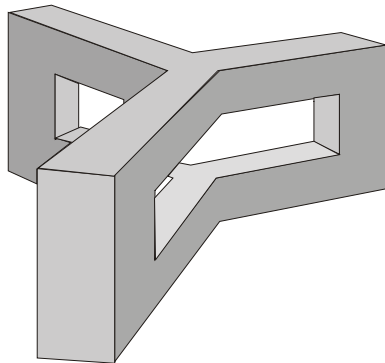
Si bien los sistemas trifásicos se pueden “transformar” mediante un transformador monofásico por cada fase (banco de transformadores monofásicos), sin embargo la forma más común es emplear el transformador trifásico, que básicamente consiste en tres transformadores monofásicos integrados en uno.



Tres transformadores monofásicos de una ventana con los dos arrollamientos tanto primario como secundario en una misma columna

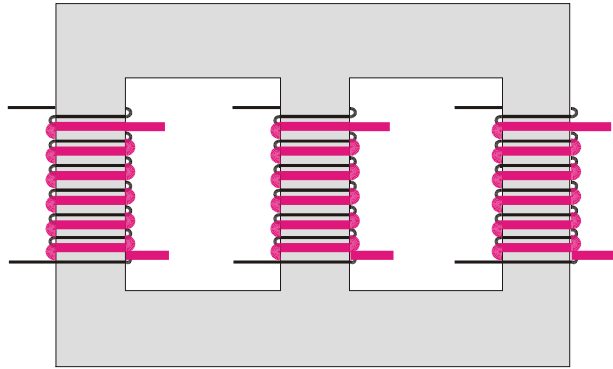


Por la columna central: $\vec{\Phi}_R + \vec{\Phi}_S + \vec{\Phi}_T = 0$ { (Se trata de tres vectores de igual modulo y desfasados 120º) }  { Se puede prescindir de la columna central }



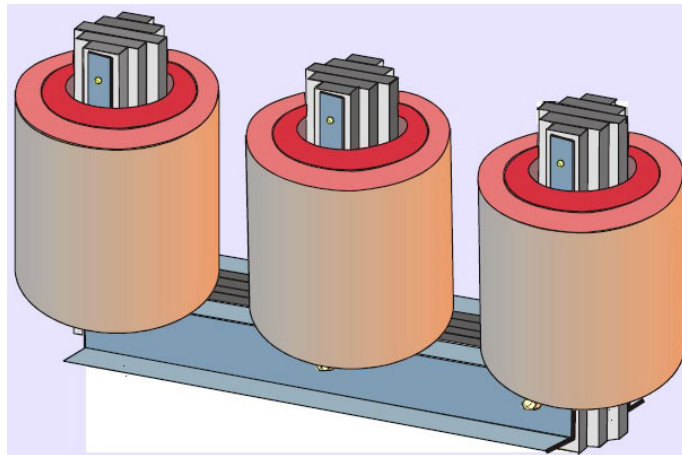
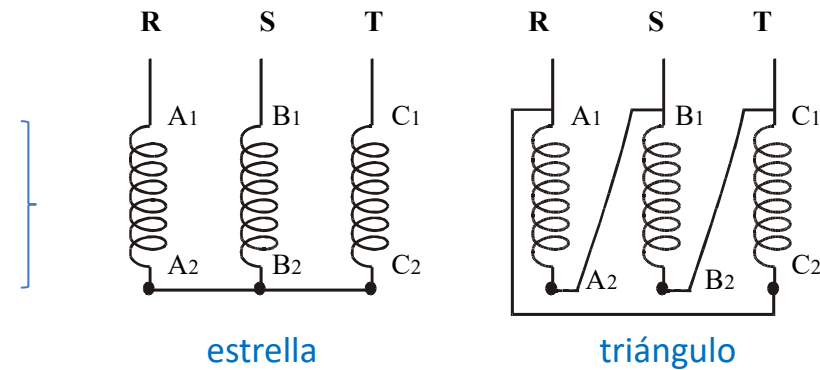
Esta forma es difícil de construir  lo que se hace es acortar una de las ramas y enderezar las otras dos

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

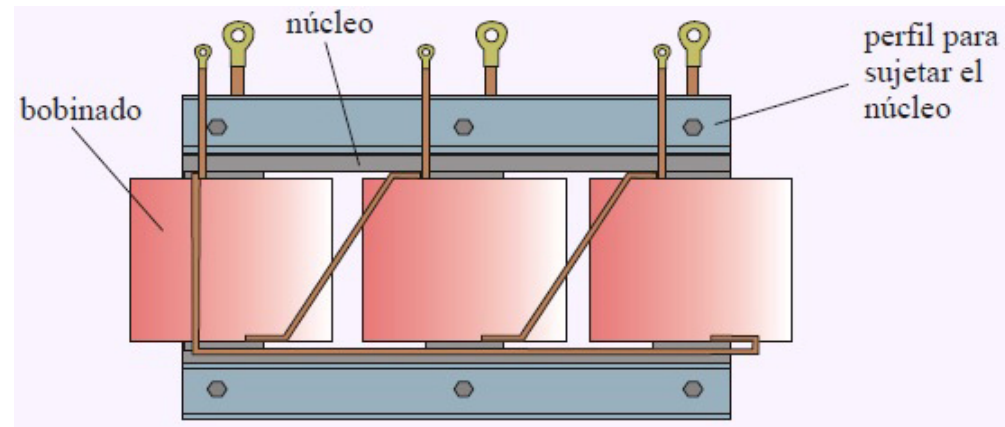


Si bien existen otras formas constructivas, un transformador trifásico básicamente es un núcleo de hierro laminado de tres columnas en cada una de las cuales van dos arrollamientos : uno primario y otro secundario.

Tanto los tres bobinados primarios como los tres secundarios se pueden conectar de cualquiera de las dos formas trifásicas conocidas: estrella o triángulo.

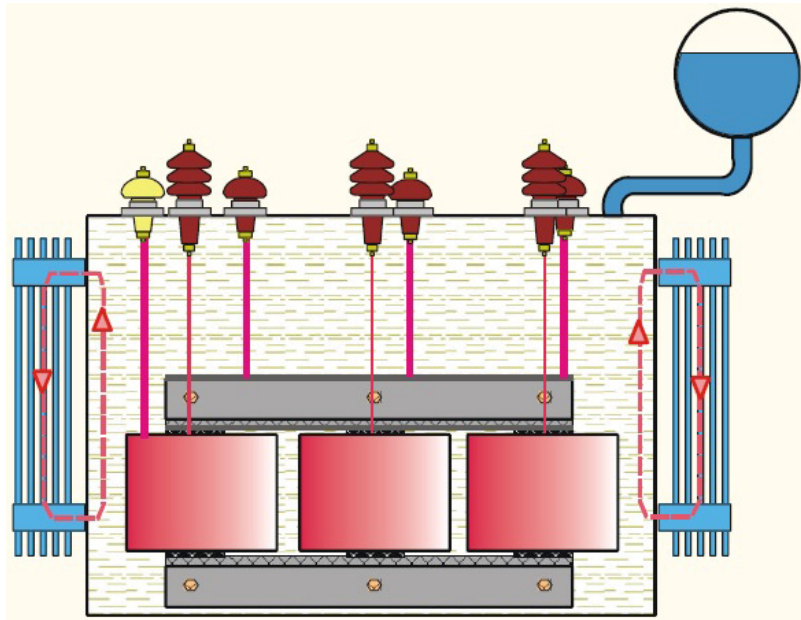


Los dos arrollamientos (primario y secundario) concéntricos en un núcleo de tres columnas de un trafo trifásico



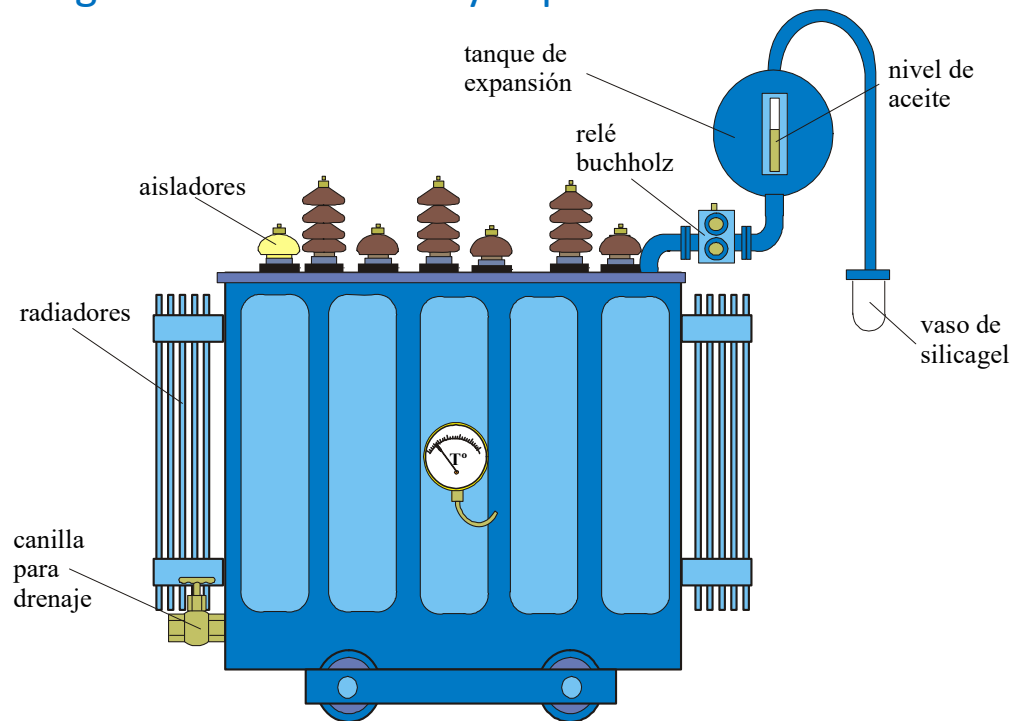
Aspecto de un transformador trifásico en el aire

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO



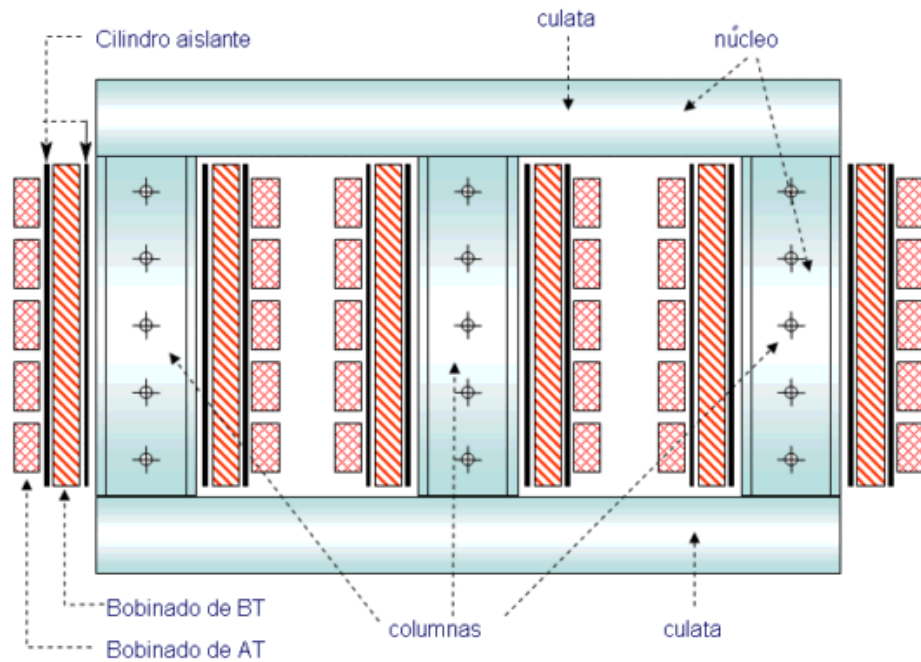
Aspecto de un transformador trifásico en una cuba de aceite con radiadores para evacuar el calor, el depósito de expansión y los bornes (pasatapas) de alta y baja tensión.

La mayor parte de los transformadores trifásicos son de media y de alta tensión por lo tanto los bobinados no se pueden dejar al aire porque no tienen suficiente nivel de aislamiento, por esa razón se colocan inmersos en aceite aislante. El aceite aislante es un aceite mineral que posee una rigidez dieléctrica muy superior a la del aire.



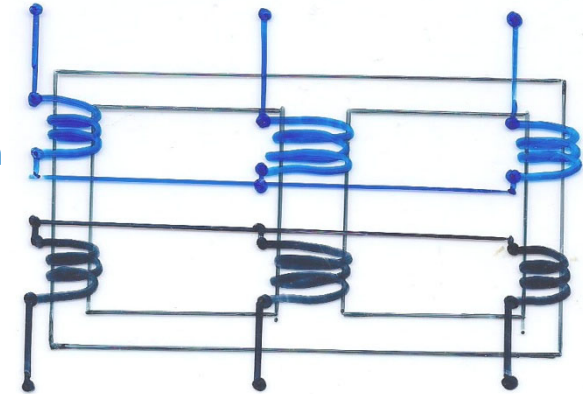
Aspecto general de un transformador trifásico con sus elementos principales de refrigeración y protección

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

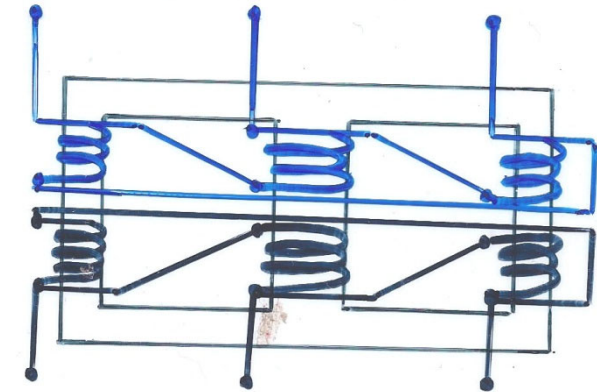


Transformador trifásico de tres columnas

Conexión
estrella



Conexión
triángulo



VENTAJAS DEL NÚCLEO TRIFÁSICO
SOBRE EL BANCO TRIFÁSICO

- 1.- Ahorro en hierro y, por lo tanto, en pérdidas
- 2.- Ahorro en refrigeración y, por tanto, en costes
- 3.- Mejor rendimiento
- 4.- Menor peso y volumen
- 5.- Con los núcleos trifásicos anulamos terceros armónico

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

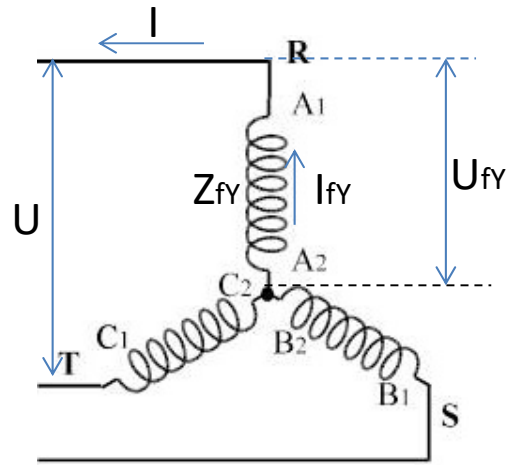
Inconveniente: Transporte



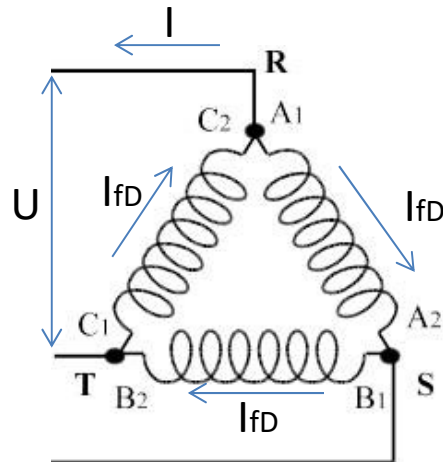
Transporte de un transformador monofásico 350 MVA (243 Tm) para la subestación “Baixas”.

Proyecto Inelfe

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO



Conexión estrella



Conexión triángulo

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{fY} = \frac{U}{\sqrt{3}} \\ I_{fY} = I \end{array} \right.$$

$$Z_{fY} = \frac{U_{fY}}{I_{fY}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{U}{I}$$

→ La corriente de fase es igual a la corriente de línea

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{fY} = \frac{U_{fD}}{\sqrt{3}} \\ I_{fY} = \sqrt{3} I_{fD} \end{array} \right.$$

$$Z_{fY} = \frac{U_{fY}}{I_{fY}} = \frac{\frac{U_{fD}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3} \cdot I_{fD}} = \frac{U_{fD}}{3 \cdot I_{fD}} = \frac{Z_{fD}}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{fD} = \frac{I}{\sqrt{3}} \\ U_{fD} = U \end{array} \right.$$

$$Z_{fD} = \frac{U_{fD}}{I_{fD}} = \sqrt{3} \frac{U}{I}$$

→ La tensión de fase es igual a la tensión de línea

$$P_{Trif} = 3(U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi)$$

$$Y \Rightarrow P_Y = 3 \cdot \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$D \Rightarrow P_D = 3 \cdot U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos\varphi$$

$$P_{Trif} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

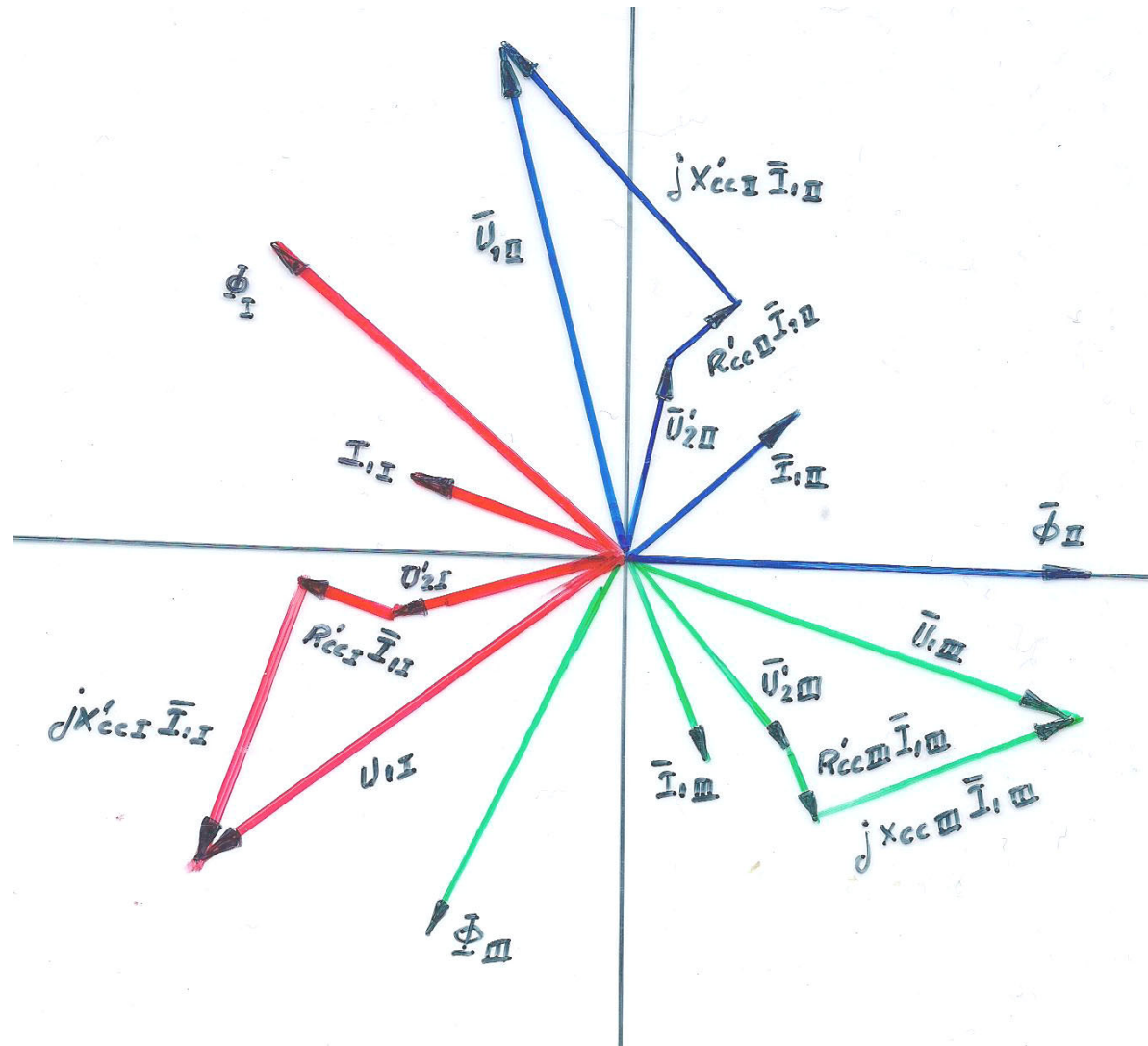
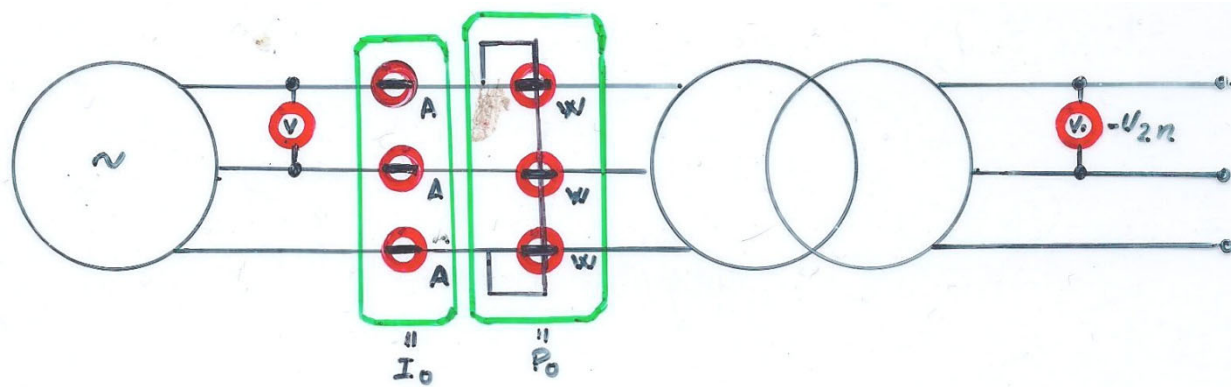


Diagrama vectorial de un transformador trifásico

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

ENSAYO EN VACÍO



Esquema con los aparatos de medida para realizar el ensayo en vacío de un transformador trifásico

Se mide:

A	⇒	I_0
W	⇒	P_{ot}
V	⇒	U_{1n}
V1	⇒	U_{2n}

En monofásico:

I_0
$P_0 = P_{ot}/3$
$U_{1n}/\sqrt{3}$
$U_{2n}/\sqrt{3}$

Y-y

$$r_t = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}$$

r_t

Y-y	⇒	$r_t = \frac{N_1}{N_2}$	⇒	$\frac{V_1}{V_2}$	Voltímetros
D-d	⇒		⇒		
Y-d	⇒	$r_{ty} = \frac{U_{fY}}{U_{fd}} = \frac{\frac{U_{ly}}{\sqrt{3}}}{U_{ld}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_{ly}}{U_{ld}}$			
D-y	⇒	$r_{tdy} = \frac{U_{fD}}{U_{fy}} = \frac{U_{fd}}{\frac{U_{ly}}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \frac{U_{ld}}{U_{ly}}$			

Voltímetros

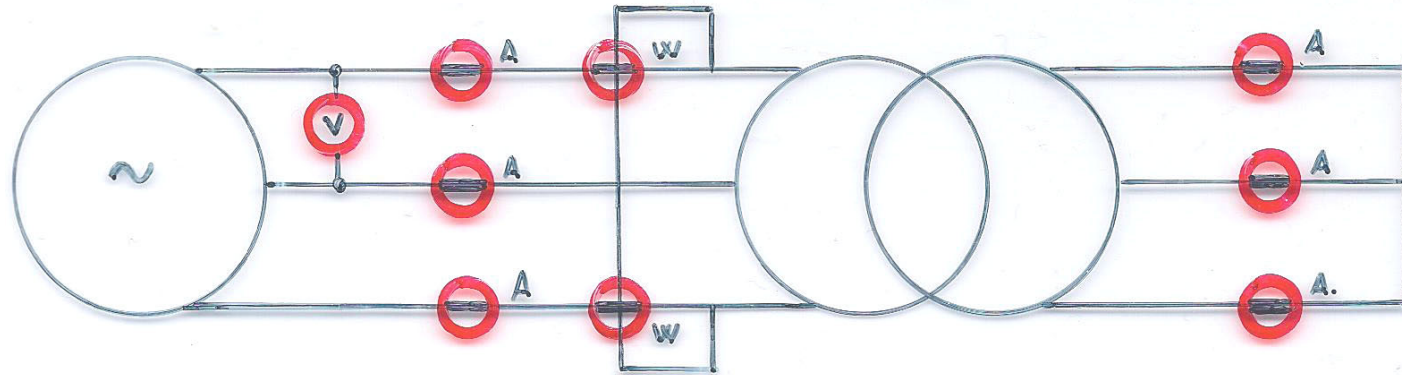
V ⇒ U_L

miden

$$P_{Fe(monof)} = \frac{P_{Fe(trifás)}}{3}$$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

ENSAYO EN CORTOCIRCUITO



Esquema con los aparatos de medida para realizar el ensayo en cortocircuito de un transformador trifásico

Se mide: $\begin{cases} A \Rightarrow I_{1n}, I_{2n} \\ W \Rightarrow P_{cct} \\ V \Rightarrow U'_{cc} \end{cases}$

En monofásico: $\begin{cases} I_{1n}, I_{2n} \\ P_{mcc} = P_{tcc}/3 \\ \frac{U'_{cc}}{\sqrt{3}} = U'_{cc,s} \end{cases}$

$P_{tcc} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi_{cc} \Rightarrow \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{tcc}}{\sqrt{3} \cdot U \cdot I}$

$\cos\varphi_{cc} = \frac{\frac{P_{tcc}}{3}}{U_{cc,s} \cdot I_{cc,s}} \Rightarrow \begin{cases} U'_{Rcc,s} = U'_{cc,s} \cdot \cos\varphi_{cc} \\ U'_{Xcc,s} = U'_{cc,s} \cdot \sin\varphi_{cc} \end{cases}$

$U_{Rcc,s}\% = \frac{U_{Rcc,s}}{U_{1n,s}} \cdot 100 = \frac{R_{ccf} \cdot I_{1n}}{U_{1n,s}} \cdot 100 = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc}$

Diagrama de triángulo de potencia: $\begin{matrix} U'_{cc,s} \\ \nearrow \\ \varphi_{cc} \\ \searrow \\ U'_{Rcc,s} = R_{ccf} \cdot I_{ccf} \end{matrix}$ $U'_{Xcc,s} = X_{ccf} \cdot I_{ccf}$

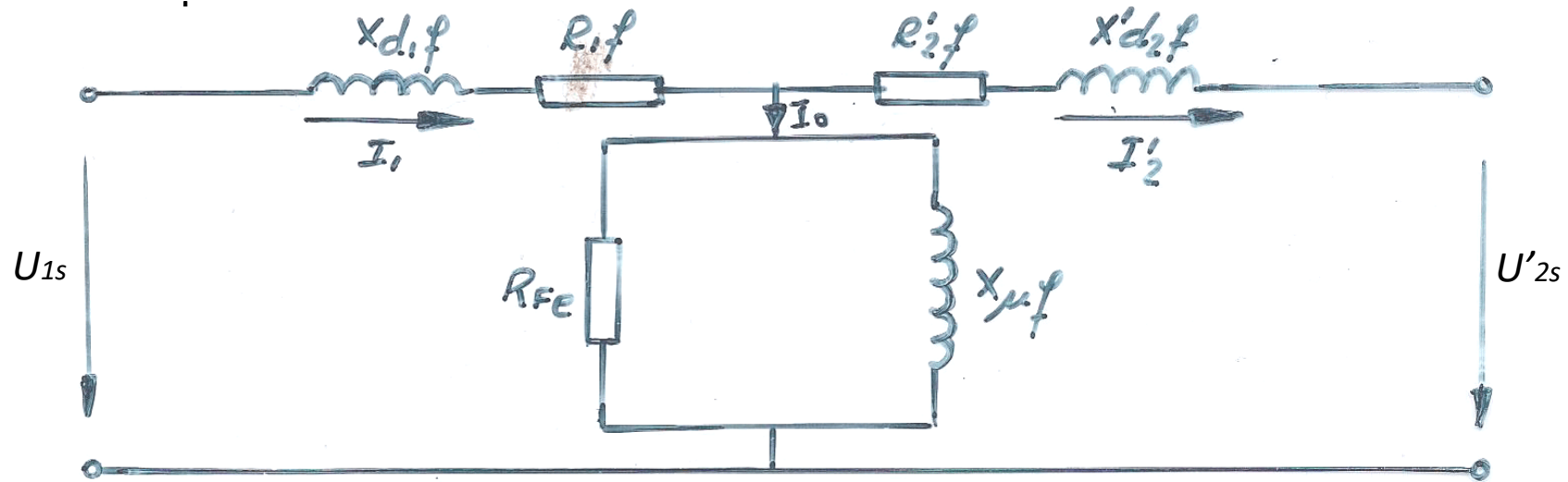
A PLENA CARGA:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n,s}} \cdot 100 = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}^2}{U_{1n,s} \cdot I_{1n}} \cdot 100 = \frac{P_{Cu}/3}{S/3} \cdot 100 = \varepsilon_{Cu}$$

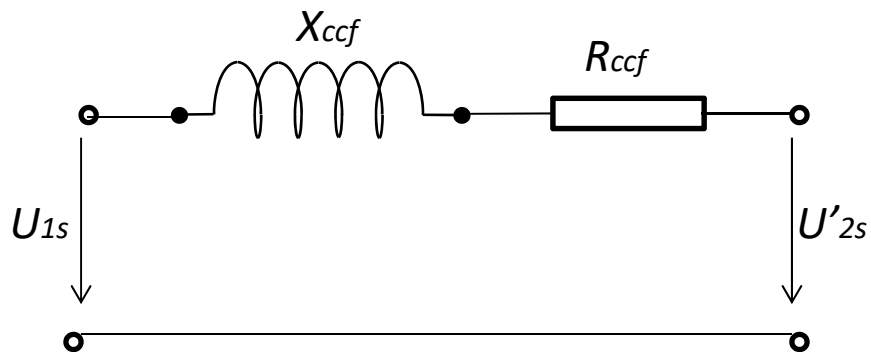
PÉRDIDAS REALES:

$$P_{cc} \cong P_{Cu} = 3R_{cc}I_{1n}^2$$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO



Circuito equivalente de un transformador trifásico

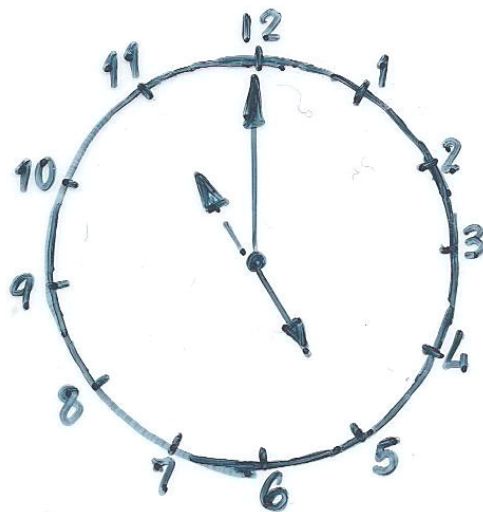


Circuito equivalente aproximado de un transformador trifásico

$$R_{1f} = R'_{2f} = \frac{R_{ccf}}{2}$$

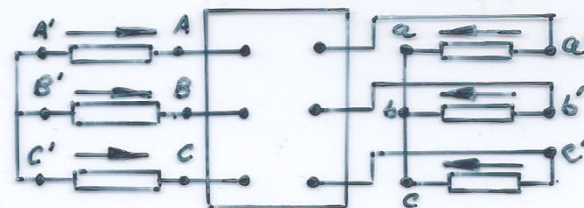
$$X_{d1f} = X'_{d2f} = \frac{X_{ccf}}{2}$$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO



Índices horarios

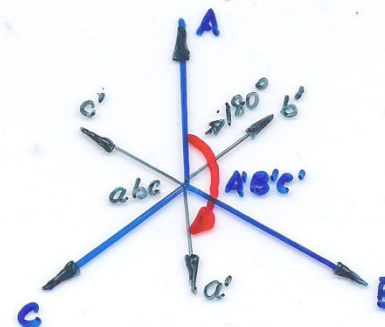
Conexiones



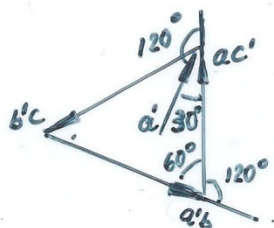
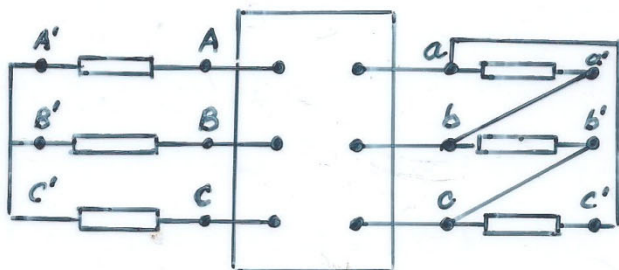
PRIMARIO



SECUNDARIO.



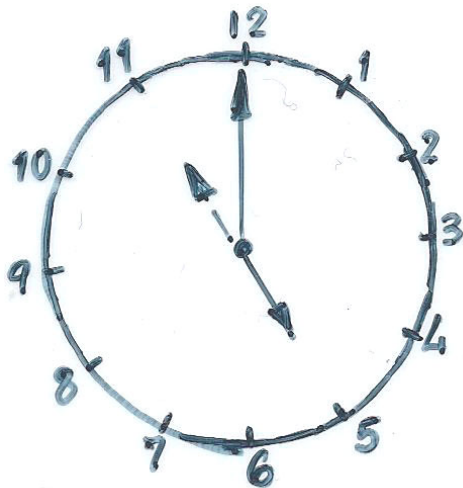
Y y 6



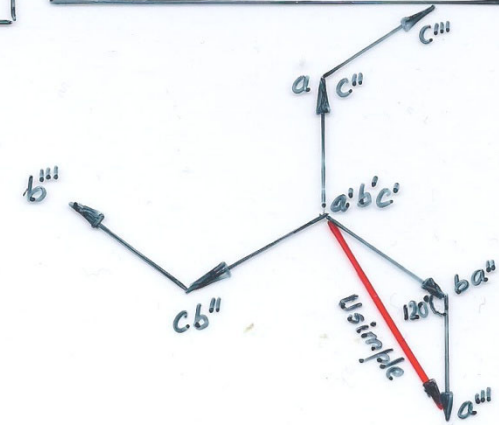
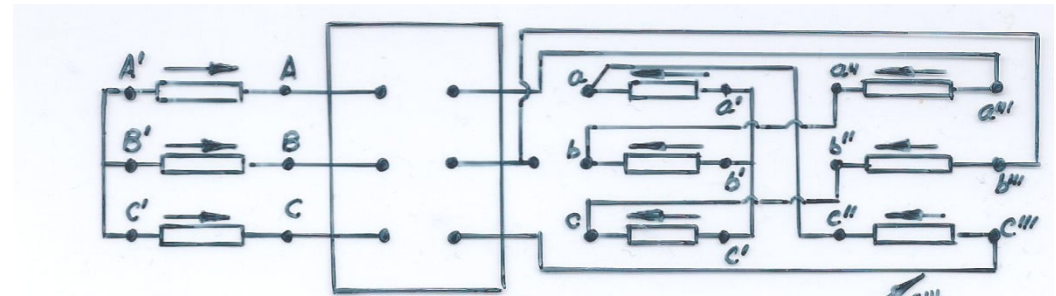
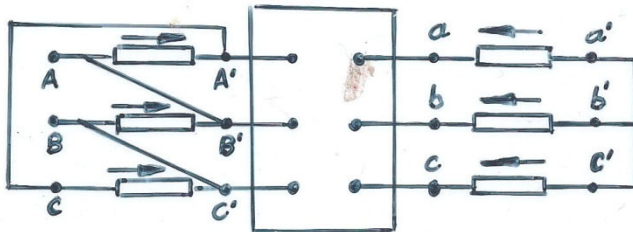
Y, d, 1

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

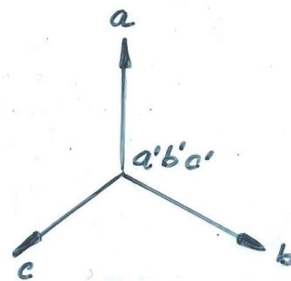
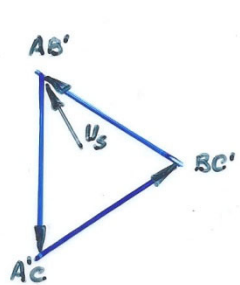
Conexiones



Índices horarios



Y-z-5



D-y-1

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Conexiones

ÍNDICE DE DESFAJE	SÍMBOLO DE ACOPLAMIENTO	DIAGRAMA FASORIAL		ESQUEMA DE CONEXIONES	RELACION DE TRANSFORMACION
		ALTA TENSION	BAJA TENSION		
0 (0°)	Dd0				$\frac{N_1}{N_2}$
	Yy0				$\frac{N_1}{N_2}$
	Dz0				$\frac{2}{3} \frac{N_1}{N_2}$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Conexiones

INDICE DE DESFAJE	SÍMBOLO DE ACOPLAMIENTO	DIAGRAMA FASORIAL		ESQUEMA DE CONEXIONES	RELACION DE TRANSFORMACION
		ALTA TENSION	BAJA TENSION		
5 (150°)	Dy5				$\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2}$
	Yd5				$\sqrt{3} \frac{N_1}{N_2}$
	Yz5				$\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2}$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Conexiones

INDICE DE DESFAJE	SÍMBOLO DE ACOPLAMIENTO	DIAGRAMA FASORIAL		ESQUEMA DE CONEXIONES	RELACION DE TRANSFORMACION
		ALTA TENSION	BAJA TENSION		
6 (180°)	Dd6				$\frac{N_1}{N_2}$
	Yy6				$\frac{N_1}{N_2}$
	Dz6				$\frac{2}{3} \frac{N_1}{N_2}$

TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

Conexiones

INDICE DE DESFAJE	SÍMBOLO DE ACOPLAMIENTO	DIAGRAMA FASORIAL		ESQUEMA DE CONEXIONES	RELACION DE TRANSFORMACION
		ALTA TENSION	BAJA TENSION		
11 (330°) (-30°)	Dy11				$\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2}$
	Yd11				$\sqrt{3} \frac{N_1}{N_2}$
	Yz11				$\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2}$

ACOPLAMIENTO EN PARALELO DE TRANSFORMADORES

TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

CONDICIONES QUE HAN DE CUMPLIR:

a) Las mismas que los transformadores monofásicos

1a.- Es necesario que estén conectados en oposición y que su tensión primaria nominal sea idéntica

2a.- Deben tener idéntica relación de transformación para que las tensiones secundarias sean idénticas.

3a.- Las tensiones de cortocircuito han de ser iguales $\varepsilon_{ccA} = \varepsilon_{ccB}$

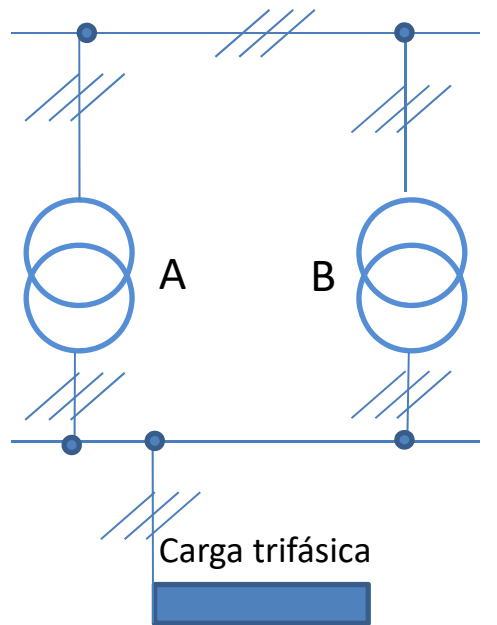
4a.- La relación de potencias nominales de los dos trafos no debe ser mayor de 3:1

b) Condiciones específicas para los transformadores trifásicos

1b.- Igualess desfases secundarios respecto al primario

2b.- El mismo sentido de rotación de las fases secundarias

Se pueden acoplar en paralelo entre sí, **sin ninguna modificación en sus conexiones**, los transformadores de índice de conexión: **0**, **5**, **6** y **11** (los de índice de conexión 0 entre si,...)



Esquema eléctrico del
acoplamiento en paralelo de dos
transformadores trifásicos

Se pueden acoplar en paralelo entre sí, **modificando las conexiones exteriores del primario y del secundario**, los transformadores de índice de conexión: **0** con aquellos de índice de conexión **6** y los transformadores de índice de conexión **5** con los de índice de conexión **11**

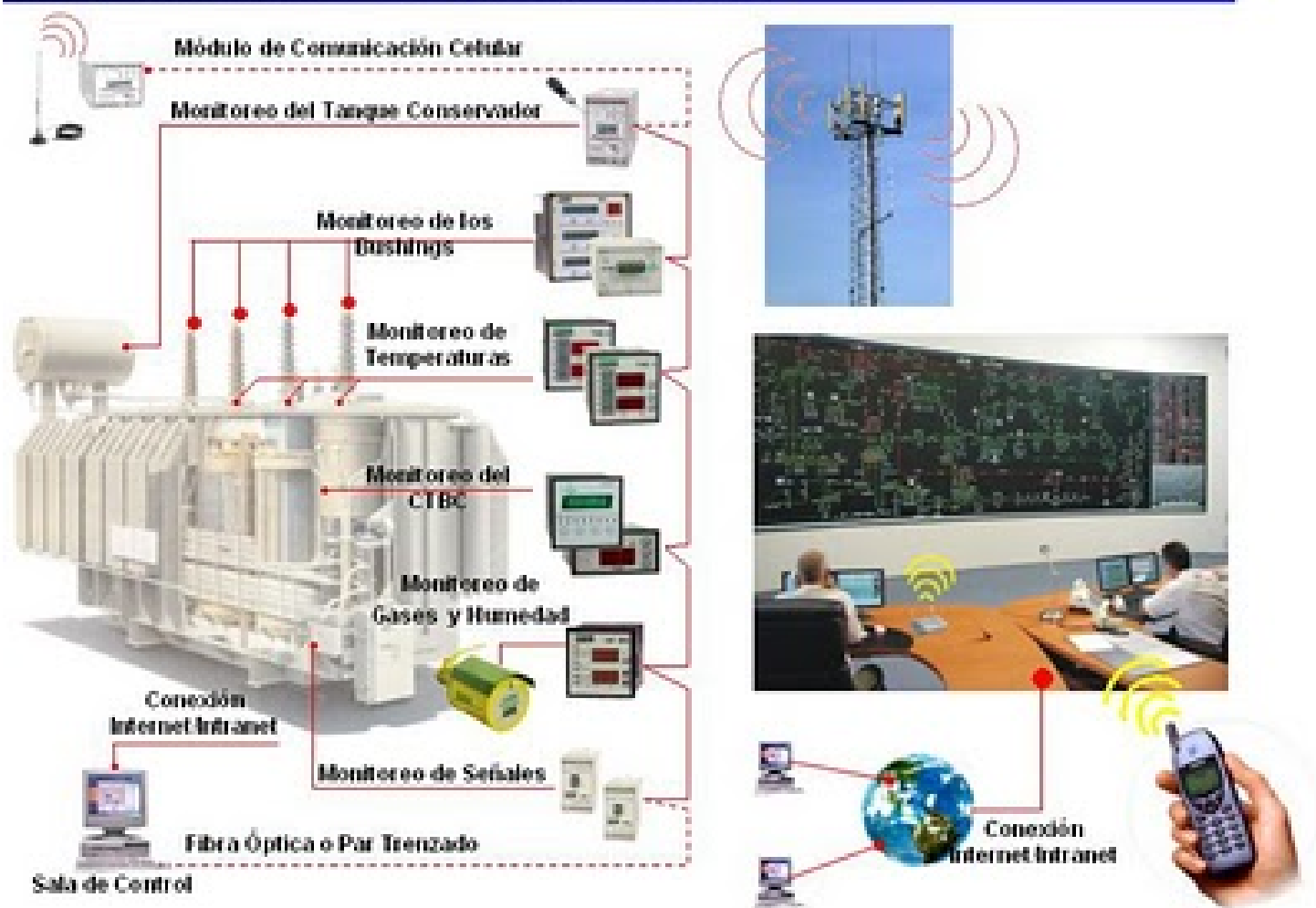
TRANSFORMADORES



Subestación transformadora

TRANSFORMADORES

Arquitectura de un Sistema Modular



Sistemas de medida y control de la subestación